

Пояснительная записка к билетам по информатике для 10 класса

(Профильный уровень)

Для проведения экзамена по информатике в 10 классе профильного уровня были разработаны новые комплекты экзаменационных билетов. Они составлены с учетом Государственного образовательного стандарта, Примерной программы среднего (полного) общего образования и Программы среднего (полного) общего образования по информатике для 10 – 11 классов. Содержание билетов не превышает требований к уровню подготовки обучающихся.

Промежуточная аттестация проводится в форме письменного экзамена по билетам. Ответы на задания вносятся в бланк ответов.

Работа составлена на основе требований к знаниям выпускников 10 класса, которые включают в себя следующие знания:

- построение таблиц истинности логических выражений: строки с пропущенными значениями

- кодирование и декодирование информации: выбор кода при неиспользуемых сигналах, передача информации, выбор кода

- кодирование и декодирование информации: передача информации, передача звуковых файлов, хранение звуковых файлов, хранение изображений

- перебор слов и системы счисления: подсчет количества разных последовательностей, подсчет количества слов с ограничениями, слова по порядку

- вычисление количества информации: пароли с дополнительными сведениями, пароли без дополнительных сведений

- кодирование чисел, системы счисления: операции в разных системах счисления с двумя/одной переменными, операции в одной системе счисления, прямое сложение в системах счисления

- преобразование логических выражений: побитовая конъюнкция, числовые отрезки, координатная плоскость, делитель числа

В состав билетов включены вопросы, проверяющие знания школьников в объеме программы информатики за 10 класс. Содержание билетов нацелено на выявление знания обучающимися теоретических закономерностей, базирующихся на фактическом материале курса 10 класса профильный уровень.

Комплект экзаменационного материала для 10 класса состоит из 20 билетов. Каждый билет включает 7 практических заданий, представляющих собой решение задач:

4 задания из которых относятся к базовому уровню (с 1 по 4 вопрос) и 3 задания относятся к повышенному уровню задач (с 5 по 7 вопрос):

- 1) таблицы истинности логических выражений
- 2) кодирование и декодирование данных
- 3) кодирование графической и звуковой информации, скорость передачи информации
- 4) кодирование, комбинаторика
- 5) вычисление количества информации

- б) позиционные системы счисления
- 7) анализ истинности логического выражения

На выполнение работы требуется **1,5 часа (90 минут)**.

Критерии оценки ответа к задачам:

Для задач с 1 по 4 (базового уровня):

- приведено полное правильное решение – 1 балл

Итого: 1 балл

Для задач с 5 по 7 (повышенного уровня):

- приведено полное правильное решение, включающее следующие элементы:
- верно записаны формулы – 1 балл
- выдержан правильный алгоритм решения – 1 балл

Итого: 2 балла

Максимально количество баллов за 7 заданий – 10 баллов.

Шкала перевода первичных баллов в оценку по пятибальной системе:

Оценка	2	3	4	5
Количество баллов	0-3	4	5-7	8-10

Учащимся необходимо продемонстрировать умение обобщать и анализировать, сравнивать и делать выводы, применять знания на практике.

1. Тип 2 № 58469

Две логические функции заданы выражениями:

$$F_1 = (x \vee \neg y) \rightarrow (w \equiv z)$$

$$F_2 = (x \vee \neg y) \equiv (w \rightarrow z)$$

Дан частично заполненный фрагмент, содержащий неповторяющиеся строки таблицы истинности обеих функций. Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

???	???	???	???	F_1	F_2
0		0	0	0	0
	1	1		0	
	0	0	0		0

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение $x \rightarrow y$, зависящее от двух переменных x и y , и фрагмент таблицы истинности для одной функции:

Переменная 1 ???	Переменная 2 ???	Функция F
0	1	0

Тогда первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу соответствует переменная x . В ответе нужно написать: yx .

Решение. Составим таблицу истинности для исходных выражений при помощи языка Python:

```
def f_1(x, y, z, w):
    if ((x or not(y)) <= (w == z )) == 1:
        return 1
    else:
        return 0
def f_2(x, y, z, w):
    if ((x or not(y)) == (w <= z)) == 1:
        return 1
    else:
        return 0
print('x y z w f1 f2')
for x in range(2):
    for y in range(2):
        for z in range(2):
            for w in range(2):
                print(x, y, z, w, ' ', f_1(x, y, z, w), ' ', f_2(x, y, z, w))
```

Мы получили 16 наборов (см. табл).

Рассмотрим первую строку таблицы, в ней значение первой функции равно 0 и значение второй — 0, при этом три переменные принимают значение «0». Это возможно только в одном случае (0, 0, 0, 1), то есть w соответствует второй столбец.

Рассмотрим третью строку таблицы, в ней значение второй функции равно 0, при этом три переменные принимают значение «0». Это возможно только в одном случае (0, 1, 0, 0), то есть y соответствует первый столбец.

Рассмотрим вторую строку таблицы, в ней значение первой функции равно 0, w принимает значение «1». Это возможно только в двух случаях (1, 0, 0, 1) и (1, 1, 0, 1). В обоих вариантах x принимает значение «1», а z принимает значение «0». Следовательно, x соответствует третий столбец, а z соответствует четвертый столбец.

Ответ: $ywxz$.

x	y	z	w	f_1	f_2
0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	1
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	1	0

Приведем решение на языке Python.

1	0	0	0	1	1
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	0
1	1	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1

```

from itertools import product as p, permutations as pp

f1 = lambda x, y, z, w: 1 if not (x or not y) or (w == z) else 0
f2 = lambda x, y, z, w: 1 if (x or not y) == (not w or z) else 0

for a0, a1, a2, a3 in p((0,1), repeat=4):
    s = [(0, a1, 0, 0), (a0, 1, 1, a3), (a0, 0, 0, 0)]
    if len(set(s)) == len(s):
        for x, y, z, w in pp((0, 1, 2, 3)):
            if not sum([f1(i[x], i[y], i[z], i[w]) for i in s][:-1]) and \
                (t:=[f2(i[x], i[y], i[z], i[w]) for i in s]) and t[0] + t[2] == 0:
                print(f'x = {x+1}; y = {y+1}; z = {z+1}; w = {w+1}'); break
    
```

Вывод: $x = 3$; $y = 1$; $z = 4$ и $w = 2$.

Ответ: ywxz.

Ответ: ywxz

2. Тип 4 № 9791 i

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только пять букв: А, В, С, D, Е. Для передачи используется двоичный код, допускающий однозначное декодирование. Для букв А, В, С используются такие кодовые слова: А — 1, В — 010, С — 000.

Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы Е, при котором код будет допускать однозначное декодирование. Если таких кодов несколько, укажите код с наименьшим числовым значением.

Решение. Буква Е не может кодироваться как 0, так как кодирование буквы В начинается с 0.

Буква Е не может кодироваться как 1, так как это кодирование буквы А.

Буква Е не может кодироваться как 10 и 11 — так как кодирование буквы А — 1.

Буква Е не может кодироваться как 01 и 00 — так как кодирование буквы В начинается с 01, а кодирование буквы С с 00. Буква Е может кодироваться как 001 — это наименьшее возможное значение. При этом для буквы D останется свободный код 011.

Ответ: 001.

Ответ: 001

Раздел кодификатора ФИПИ:

[1.1 Информация и ее кодирование;](#)

[1.1.2 Процесс передачи информации, источник и приемник информации.](#)

3. Тип 7 № 16036 i

Автоматическая камера производит растровые изображения размером 200×256 пикселей. Для кодирования цвета каждого пикселя используется одинаковое количество бит, коды пикселей записываются в файл один за другим без промежутков. Объем файла с изображением не может превышать 65 Кбайт без учёта размера заголовка файла. Какое максимальное количество цветов можно использовать в палитре?

Решение. Объем растрового изображения находится как произведение количества пикселей в изображении на объем памяти x , необходимый для хранения цвета одного пикселя: $200 \cdot 256 \cdot x \leq 65 \cdot 2^{10} \cdot 2^3$ бит, откуда $x \leq 65 \cdot 2^{10} \cdot 2^3 / (2^8 \cdot 200)$, откуда находим $x = 10,4 = 10$ бит. Значит, в изображении можно использовать не более $2^{10} = 1024$ цветов.

Ответ: 1024.

Ответ: 1024

Раздел кодификатора ФИПИ:

[3.3.1 Форматы графических и звуковых объектов;](#)

[3.3.2 Ввод и обработка графических объектов.](#)

4. Тип 8 № 3227 *i*

Все 5-буквенные слова, составленные из букв И, О, У, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы. Вот начало списка:

1. ИИИИИ
2. ИИИИО
3. ИИИИУ
4. ИИИОИ

.....

Запишите слово, которое стоит под номером 240.

Решение. Всего из трёх букв можно составить $3^5 = 243$ слова. Очевидно, что последнее слово УУУУУ. Тогда слово с номером 242 запишется как УУУУО, 241 — УУУУИ, 240 — УУУОУ.

Ответ: УУУОУ.

Приведём другое решение на языке Python.

```
a = {0: "И", 1: "О", 2: "У"}
k = 0
for i in range(0, len(a)):
    for j in range(0, len(a)):
        for g in range(0, len(a)):
            for m in range(0, len(a)):
                for n in range(0, len(a)):
                    k += 1
                    if k == 240:
                        print(a[i], a[j], a[g], a[m], a[n], end=" ")
```

Приведём другое решение Купреенко Данила на языке Python.

```
from itertools import product
letters = 'ИОУ'
words = [''.join(word) for word in product(letters, repeat=5)]
words.sort()
result = words[239]
print(result)
```

Ответ: УУУОУ

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.6.1 Формализация понятия алгоритма](#)

5. Тип 11 № 33756 *i*

Каждый объект, зарегистрированный в информационной системе, получает уникальный код, состоящий из двух частей. Первая часть определяет категорию объекта и состоит из 4 символов, каждый из которых может быть одной из 26 заглавных латинских букв. Вторая часть кода определяет уникальный идентификатор объекта и состоит из 11 символов, каждый из которых может быть латинской буквой (строчной или заглавной) или одной из 9 цифр (цифра 0 не используется). Для представления кода используют посимвольное кодирование, все символы в пределах одной части кода кодируют одинаковым минимально возможным для данной части количеством битов, а для кода в целом выделяется минимально возможное целое количество байтов. Кроме того, для каждого объекта в системе выделено 120 байт для хранения содержательной информации.

Сколько байтов потребуется для хранения данных (код и содержательная информация) о 20 объектах? В ответе запишите только целое число — количество байтов.

Решение. k бит позволяют кодировать 2^k символов, поэтому для кодирования 26-символьного алфавита требуется 5 бит (ведь $2^5 = 32$). Для хранения 4 символов требуется $4 \cdot 5 = 20$ бит. Далее, k бит позволяют кодировать 2^k символов, поэтому для кодирования 61-символьного алфавита (26 заглавных букв, 26 строчных букв и 9 цифр) требуется 6 бит (ведь $2^6 = 64$). Для хранения 11 симво-

лов требуется $11 \cdot 6 = 66$ бит. Минимальное количество байт, вмещающее в себя $20 + 66$ бит = 86. Целое число байт, вмещающее в себя 86 бит — 11 байт (88 бит).

На один объект потребуется $11 + 120 = 131$ байт, тогда на 20 объектов потребуется $131 \cdot 20 = 2620$ байт.

Ответ: 2620.

Ответ: 2620

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.1.3 Дискретное \(цифровое\) представление различной информации](#)

6. Тип 14 № 61360

В числе $12x643y7_{37}$ x и y обозначают некоторые цифры из алфавита системы счисления с основанием 37. Определите такие значения x и y , при которых приведённое число кратно 36, а число yx_{37} имеет наибольшее возможное значение. В ответе запишите значение числа yx_{37} в десятичной системе счисления.

Решение. Приведём решение на языке Python.

```
c = []
for x in range(0,37):
    for y in range(0,37):
        t = 1*37**7+2*37**6+x*37**5+6*37**4+4*37**3+3*37**2+y*37**1+7*37**0
        if t % 36 == 0:
            c.append(y*37**1+x)
print(max(c))
```

Ответ: 1345.

Приведём решение Юрия Красильникова на языке Python.

```
def num(digits,base):
    n = 0
    for d in digits:
        n=n * base + d
    return n

a = [num([y,x],37) for x in range(37) for y in range(1,37) if num([1,2,x,6,4,3,y,7],37)%36]
print(max(a))
```

Примечание. Функция int в питоне работает с основаниями системами счисления до 36 включительно. Предлагаемое решение для любого основания системы счисления, сколь угодно большого. В решении используется функция num(digits,base). digits - список целых чисел, содержащий числовые значения цифр числа в системе счисления по основанию base. Функция возвращает значение числа, записанного этими цифрами.

Ответ: 1345

7. Тип 15 № 38590 i

На числовой прямой даны два отрезка: $D = [17; 58]$ и $C = [29; 80]$. Укажите **наименьшую** возможную длину такого отрезка A , для которого логическое выражение

$$(x \in D) \rightarrow ((\neg(x \in C) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in D))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x .

Решение. Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in C) \equiv C; (x \in D) \equiv D.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$D \rightarrow (\neg C \wedge \neg A) \rightarrow \neg D \Leftrightarrow \neg D \vee C \vee A \vee \neg D \Leftrightarrow \neg D \vee A \vee C.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Условие $\neg D \vee C$ истинно на множестве $(-\infty, 17) \cup [29, \infty)$. Тогда A должно быть истинным на множестве $[17; 29)$. Значит, наименьшая возможная длина интервала A равна $29 - 17 = 12$.

Ответ: 12.

Примечание.

О длине отрезка написано в примечании к задаче [11119](#).

Ответ: 12

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.5.1 Высказывания, логические операции, кванторы, истинность высказывания](#)

1. Тип 2 № 45236 *i*

Миша заполнял таблицу истинности логической функции F

$$\neg(x \rightarrow w) \vee (y \equiv z) \vee y,$$

но успел заполнить лишь фрагмент из трёх различных её строк, даже не указав, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
	1		0	0
	0	1		0
		0		0

Определите, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Функция F задана выражением $\neg x \vee y$, зависящим от двух переменных, а фрагмент таблицы имеет следующий вид

Переменная 1	Переменная 2	Функция
???	???	F
0	1	0

В этом случае первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу — переменная x . В ответе следует написать: yx .

Решение. Составим таблицу истинности для выражения $\neg(x \rightarrow w) \vee (y \equiv z) \vee y$ вручную или при помощи языка Python:

```
print("x y z w")
for x in range(0, 2):
    for y in range(0, 2):
        for z in range(0, 2):
            for w in range(0, 2):
                if not(not(x <= w) or (y == z) or y):
                    print(x, y, z, w)
```

Далее выпишем те наборы переменных, при которых данное выражение равно 0. В наборах переменные запишем в порядке x, y, z, w . Получим следующие наборы:

(0, 0, 1, 0),
 (0, 0, 1, 1),
 (1, 0, 1, 1).

Сопоставим эти наборы с приведенным в задании фрагментом таблицы истинности.

Заметим, что переменная y может соответствовать только первому или четвёртому столбцу, поскольку она всегда равна нулю. Поэтому первая строка таблицы может соответствовать только набору (1, 0, 1, 1), следовательно, переменная y соответствует четвёртому столбцу.

Рассмотрим вторую строку таблицы. Эта строка может соответствовать только набору (0, 0, 1, 1), поскольку переменная x должна быть равна 0. Следовательно, в ней $x = 0$ и x соответствует второму столбцу.

Рассмотрим третью строку таблицы. Эта строка может соответствовать только набору (0, 0, 1, 0). Следовательно, в ней $w = 0$ и w соответствует третьему столбцу. Тогда первый столбец — это переменная z .

Ответ: $zxwy$.

Приведём решение Масиса Давояна на языке Python.

```

from itertools import *
def f(x,y,z,w):
    return (not(x <= w)) or (y == z) or y
for a1,a2,a3,a4,a5,a6,a7 in product([0,1], repeat=7): # Перебираем значения
    table = [(a1,1,a2,0),(a3,0,1,a4),(a5,a6,0,a7)]
    if len(table) == len(set(table)): #Проверяем уникальность таблицы
        for p in permutations('xyzw'):
            if [f(**dict(zip(p,r))) for r in table] == [0,0,0]: #Подставляем соответствующую
                print(*p, sep='')
    
```

Ответ: zxwy

2. Тип 4 № 59797 *i*

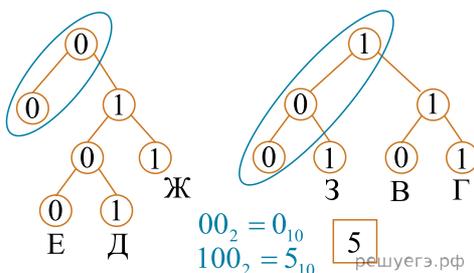
По каналу связи передаются сообщения, содержащие только восемь букв А, Б, В, Г, Д, Е, Ж и З. Для передачи используется двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Кодовые слова для некоторых букв известны:

В	110
Г	111
Д	0101
Е	0100
Ж	011
З	101

Какое наименьшее количество двоичных знаков потребуется для кодирования оставшихся букв? В ответе запишите суммарную длину кодовых слов для букв: А, Б

Примечание: Условие Фано означает, что ни одно кодовое слово не является началом другого слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений.

Решение. Заметим, что кодовые слова 0 и 1 выбрать нельзя, так как это нарушает условие Фано. Кодовые слова 01, 10 и 11 использовать нельзя, так как это нарушает условие Фано. Кодовые слова 110, 111, 0101, 0100, 011 и 101 заняты. Свободными остаются кодовые слова 00 и 100. Для букв А и Б используем кодовые слова 00 и 100 соответственно. Таким образом, наименьшее количество двоичных знаков потребующихся для кодирования двух оставшихся букв суммарно равно 5.



Ответ: 5.

Ответ: 5

3. Тип 7 № 18815 *i*

Автоматическая фотокамера производит растровые изображения размером 256 на 512 пикселей. При этом объём файла с изображением не может превышать 24 Кбайт, упаковка данных не производится. Какое максимальное количество цветов можно использовать в палитре?

Решение. Объём растрового изображения находится как произведение количества пикселей в изображении на объём памяти x , необходимый для хранения цвета одного пиксела: $256 \cdot 512 \cdot x < 24 \cdot 2^{13}$ бит, откуда $x < 1,5$ бит = 1 бит. Значит, в изображении можно использовать не более $2^1 = 2$ цветов.

Ответ: 2.

Ответ: 2

Раздел кодификатора ФИПИ:

3.3.1 Форматы графических и звуковых объектов;

3.3.2 Ввод и обработка графических объектов.

4. Тип 8 № 9302 *i*

Сколько слов длины 4, начинающихся с согласной буквы и заканчивающихся гласной буквой, можно составить из букв М, Е, Т, Р, О? Каждая буква может входить в слово несколько раз. Слова не обязательно должны быть осмысленными словами русского языка.

Решение. Всего 3 согласных и 2 гласных. То есть на первую позицию можно поставить 3 буквы, на последнюю — 2 буквы. На две средние позиции можно поставить любую из 5 букв. Всего получается $3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 = 150$ вариантов.

Ответ: 150.

Приведём решение на языке Python.

```
from itertools import product
s='метро'
s0='мтр'
s3='ео'
words=[]
for w in product(s,repeat=4):
    if (w[0] in s0) and (w[3] in s3):
        words.append(w)
print(len(words))
```

Приведём другое решение на языке Python.

```
import itertools
alphabet = "МЕТРО"
con = "МТР"
vol = "ЕО"
ar = itertools.product(alphabet, repeat=4) #Размещение с повторением
ar1 = []
for i in ar:
    ar1.append(list(i))
count = 0
for e in ar1:
    if e[0] in con and e[-1] in vol:
        count += 1
print(count)
```

Ответ: 150

Раздел кодификатора ФИПИ: 1.6.1 Формализация понятия алгоритма

5. Тип 11 № 15629 *i*

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 10 символов и содержащий только символы из 26-символьного латинского алфавита, используются только прописные буквы. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего отведено 14 байт на одного пользователя. Определите объём памяти (в байтах), необходимый для хранения сведений о 5 пользователях.

Решение. Согласно условию, в пароле могут быть использовано 26 символов. Известно, что с помощью N бит можно закодировать 2^N различных вариантов. Поскольку $2^4 < 26 < 2^5$, то для записи каждого из 26 символов необходимо 5 битов.

Для хранения всех 10 символов номера нужно $10 \cdot 5 = 50$ битов, а т.к. для записи используется целое число байтов, берём ближайшее не меньшее значение, кратное восьми. Это число $56 = 7 \cdot 8$ битов (7 байтов).

Итак, на одного пользователя $7 + 14 = 21$ байт. Для хранения всех сведений о 5 пользователях используется $21 \cdot 5 = 105$ байтов.

Ответ: 105.

Ответ: 105

Раздел кодификатора ФИПИ: 1.1.3 Дискретное (цифровое) представление различной информации

6. Тип 14 № 48435

В выражении $1x\text{BAD}_{16} + 2Cx\text{FE}_{16}$ x обозначает некоторую цифру из алфавита шестнадцатеричной системы счисления. Определите наименьшее значение x , при котором значение данного выражения кратно 15. Для найденного x вычислите частное от деления данного выражения на 15 и запишите его в ответе в десятичной системе счисления.

Решение. Приведём решение данной задачи на языке Python.

```
result_search = []
for x in '0123456789ABCDEF':
    t = int('1' + x + 'BAD', 16) + int('2C' + x + 'FE', 16)
    if t % 15 == 0:
        result_search.append(t)
if result_search:
    print(min(result_search) // 15)
```

Ответ: 18341.

Приведём решение Сергея Калугина на языке Python.

```
for x in '0123456789ABCDEF':
    a = int(('1'+x+'BAD'), 16) + int(('2C'+x+'FE'), 16)
    if a%15 == 0:
        print(a // 15)
        break
```

Ответ: 18341

7. Тип 15 № 34540 *i*

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [12, 62]$ и $Q = [52, 92]$. Какова наименьшая возможная длина интервала A , что логическое выражение

$$\neg(\neg(x \in A) \wedge (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

Решение. Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Преобразовав, получаем:

$$\neg(\neg A \wedge P) \vee Q = A \vee \neg P \vee Q.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Условию $\neg P \vee Q = 1$ удовлетворяют лучи $(-\infty; 12)$ и $[52; +\infty)$. Поскольку выражение $A \vee \neg P \vee Q$ должно быть тождественно истинным, выражение A должно быть истинно на отрезке $[12, 52)$. Значит, наименьшая возможная длина интервала A равна $52 - 12 = 40$.

Ответ: 40.

Приведём другое решение задачи на языке Python.

```
p=range(12, 63)
q=range(52, 93)
amin=100
for a1 in range(1, 100):
    for a2 in range(a1, 100):
        Flag=True
        A=range(a1, a2)
        for x in range(100):
            if not( ((x in A) or (not(x in p))) or (x in q)):
                Flag=False
                break
        if Flag:
            if amin>a2-a1:
                amin=a2-a1
print(amin)
```

Примечание.

О длине отрезка написано в примечании к задаче [11119](#).

Ответ: 40

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.5.1 Высказывания, логические операции, кванторы, истинность высказывания](#)

1. Тип 2 № 28677 *i*

Логическая функция F задаётся выражением $((x \rightarrow y) \vee (y \equiv w)) \wedge ((x \vee z) \equiv w)$. На рисунке приведён частично заполненный фрагмент таблицы истинности функции F , содержащий неповторяющиеся строки. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z, w .

?	?	?	?	F
1	0	0	1	1
0			1	1
	1	0		1

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы. Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Решение. Заметим, что чтобы выражение было истинным, обе скобки $((x \rightarrow y) \vee (y \equiv w))$ и $((x \vee z) \equiv w)$ были истинными.

Рассмотрим первую строку таблицы истинности. Заметим, что чтобы скобка $((x \vee z) \equiv w)$ была истинной, переменная w должна быть равна 1. Также заметим, что если переменная x также будет равна 1, то выражение станет ложным. Значит, чтобы скобка $((x \vee z) \equiv w)$ принимала значение 1, переменные w и z должны быть равны 1. Следовательно, переменные w и z соответствуют первому и четвёртому столбцам таблицы истинности.

Рассмотрим третью строку таблицы истинности. Выражение будет истинным, если переменные z, y и w будут равны 1. Значит, второму столбцу таблицы истинности соответствует переменная y , а третьему столбцу таблицы истинности соответствует переменная x .

Рассмотрим вторую строку таблицы истинности. Предположим, что переменная w соответствует первому столбцу таблицы истинности. Тогда, поскольку z равна 1, выражение будет ложным. Значит, переменной z соответствует первый столбец таблицы истинности, а переменной w — четвёртый.

Ответ: $zyxw$.

Приведём другое решение.

Составим таблицу истинности для выражения $((x \rightarrow y) \vee (y \equiv w)) \wedge ((x \vee z) \equiv w)$ вручную или при помощи языка Python:

```
print("x y z w")
for x in range(0, 2):
    for y in range(0, 2):
        for z in range(0, 2):
            for w in range(0, 2):
                if ((x <= y) or (y == w)) and ((x or z) == w):
                    print(x, y, z, w)
```

Далее выпишем те наборы переменных, при которых данное выражение равно 1. В наборах переменных запишем в порядке x, y, z, w . Получим следующие наборы:

(0, 0, 0, 0)
 (0, 0, 1, 1)
 (0, 1, 0, 0)
 (0, 1, 1, 1)
 (1, 1, 0, 1)
 (1, 1, 1, 1)

Первая строка таблицы истинности (две единицы и два нуля) может соответствовать только набору (0, 0, 1, 1), следовательно, первый и четвёртый столбец соответствует переменным z и w . Во второй строке таблицы истинности эти переменные принимают разные значения, следовательно, вторая строка может соответствовать только набору (1, 1, 0, 1), в котором переменная z равна 0, а переменная w равна 1. Следовательно, переменной z соответствует первый столбец, а переменной w — четвёртый.

Рассмотрим третью строку таблицы. В ней переменные x и y принимают разные значения, следовательно, она соответствует набору (0, 1, 0, 0) или (0, 1, 1, 1). В любом из этих наборов единице равна переменная y , следовательно, ей соответствует второй столбец таблицы, тогда переменной x соответствует третий столбец.

Ответ: $zyxw$

2. Тип 4 № 60246 *i*

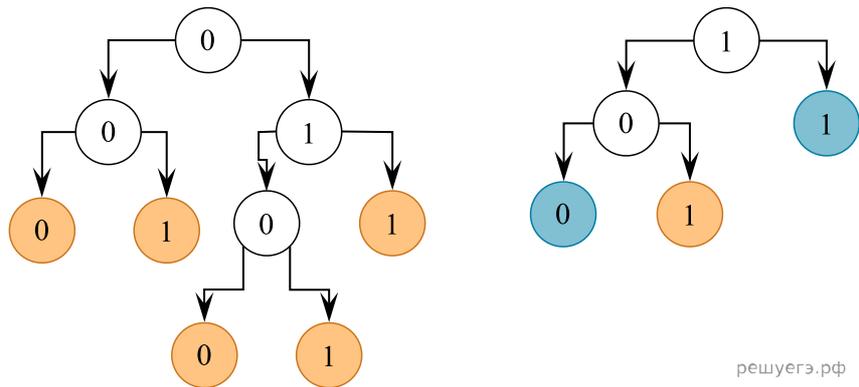
По каналу связи передаются сообщения, содержащие только восемь букв: А, Б, В, Г, Д, Е, Ж и З. Для передачи используется двоичный код, удовлетворяющий прямому условию Фано, согласно которому никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это условие обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений. Кодовые слова для некоторых букв известны: А — 000, Б — 001, В — 0101, Г — 0100, Д — 011, Е — 101. Какое наименьшее количество знаков потребуется для кодирования оставшихся букв?

В ответе запишите суммарную длину кодовых слов для букв: Ж, З.

Решение. Заметим, что для Ж можно использовать код 11. Для З не будет кода, содержащего 2 цифры, но, для З найдётся код, состоящий из 3 цифр, например, 100. Значит, сумма длин кодовых слов для букв Ж и З равна $3 + 2 = 5$.

Ответ: 5.

Приведем решение Виктории Зиберовой.



Ответ: 5

3. Тип 7 № 15946 *i*

Автоматическая фотокамера производит растровые изображения размером 1600 на 900 пикселей. При этом объём файла с изображением не может превышать 900 Кбайт, упаковка данных не производится. Какое максимальное количество цветов можно использовать в палитре?

Решение. Объём растрового изображения находится как произведение количества пикселей в изображении на объём памяти x , необходимый для хранения цвета одного пиксела: $1600 \cdot 900 \cdot x < 900 \cdot 2^{13}$ бит, откуда $x < 5,12$ бит = 5 бит. Значит, в изображении можно использовать не более $2^5 = 32$ цветов.

Ответ: 32.

Ответ: 32

Раздел кодификатора ФИПИ:

[3.3.1 Форматы графических и звуковых объектов;](#)

[3.3.2 Ввод и обработка графических объектов.](#)

4. Тип 8 № 14771 *i*

Все трёхбуквенные слова, составленные из букв П, А, Р, У, С, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы, начиная с 1. Начало списка выглядит так:

1. ААА
2. ААП
3. ААР
4. ААС
5. ААУ
6. АПА
- ...

Под каким номером в списке идёт первое слово, которое начинается с буквы Р?

Решение. Заменим буквы на цифры следующим образом: А — 0, П — 1, Р — 2, С — 3, У — 4. Получаем список:

1. 000
2. 001
3. 002
4. 003
5. 004
6. 010

...

Для нахождения первого слова, которое начинается с буквы P, нам нужно найти номер PAA, то есть 200. Поскольку используется пятибуквенный алфавит, нужно найти значение числа 200_5 в десятичном виде. Им является число 50, но так как номер в нашем списке на одну единицу больше самого числа, то остается добавить единицу. Получаем 51.

Ответ: 51.

Приведём другое решение на языке Python.

```
a = {0: "A", 1: "П", 2: "P", 3: "C", 4: "У"}
k = 0
for i in range(0, len(a)):
    for j in range(0, len(a)):
        for g in range(0, len(a)):
            k += 1
            if a[i] == 'P':
                print(k) # Возьмём первое число, которое выдаст программа
                break
```

Приведём решение Масисф Давояна на языке Python.

```
from itertools import *
count = 0
for i in product('АПРСУ', repeat = 3):
    s = ''.join(i)
    count += 1
    if s[0] == 'P':
        print(count)
        break
```

Ответ: 51

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.6.1 Формализация понятия алгоритма](#)

5. Тип 11 № 13516 *i*

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 20 символов и содержащий только прописные символы латинского алфавита (таких символов 26). В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт; одно и то же для всех пользователей. Для хранения сведений о 20 пользователях потребовалось 500 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе? В ответе запишите только целое число — количество байт.

Решение. Согласно условию, в номере могут быть использованы 26 символов. Известно, что с помощью N бит можно закодировать 2^N различных вариантов. Так как $32 = 2^5$, то для записи каждого из 26 символов необходимо 5 бит.

Всего 20 символов, значит, пароль занимает $20 \cdot 5 = 100$ бит. Ближайшее число байт, покрывающее это число бит — 13 (т.к. $104 \text{ бит} = 13 \text{ байт}$). Пусть количество памяти, отведенное под дополнительные сведения равно x , тогда:

$$\begin{aligned} 20 \cdot (x+13) &= 500 \\ x + 13 &= 25 \\ x &= 12. \end{aligned}$$

Ответ: 12.

Ответ: 12

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.1.3 Дискретное \(цифровое\) представление различной информации](#)

6. Тип 14 № 55631

В системе счисления с основанием p выполняется равенство $y4y + y65 = xz33$.

Буквами x , y и z обозначены некоторые цифры из алфавита системы счисления с основанием p . Определите значение числа xzy_p и запишите это значение в десятичной системе счисления.

Решение. Приведём решение данной задачи на языке Python.

```
for p in range(7, 17):
    for x in range(p):
        for y in range(p):
            for z in range(p):
                s = y * (p**2) + 4 * p + y + y * (p**2) + 6 * p + 5
                r = x * (p**3) + z * (p**2) + 3 * p + 3
                if s == r:
                    print(x * (p**2) + y * p + z)
```

Ответ: 117.

Ответ: 117

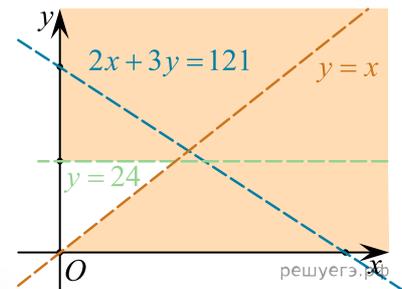
7. Тип 15 № 28693 *i*

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(2x + 3y < A) \vee (x > y) \vee (y > 24)$$

тождественно истинно, т. е. принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

Решение. Решим задачу графически. Условия $(x > y)$ и $(y > 24)$ задают множество, отмеченное на рисунке закрашенной областью. Чтобы исходное выражение было тождественно истинно для любых целых и неотрицательных x и y , прямая $2x + 3y = A$ должна проходить выше точки $(24; 24)$. Таким образом, наименьшее целое неотрицательное A , удовлетворяющее условию задачи — это A , равное 121.



Ответ: 121.

Приведём другое решение на языке Python.

```
for A in range(300):
    k = 0
    for x in range(300):
        for y in range(300):
            if (2 * x + 3 * y < A) or (x > y) or (y > 24):
                k += 1
    if k == 90_000:
        print(A)
        break
```

Ответ: 121

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.5.1 Высказывания, логические операции, кванторы, истинность высказывания](#)

1. Тип 2 № 64887

Логическая функция F задаётся выражением:

$$((x \equiv y) \rightarrow (\neg z \vee w)) \equiv \neg ((w \rightarrow x) \vee (y \rightarrow z)).$$

Дан частично заполненный фрагмент, содержащий неповторяющиеся строки таблицы истинности функции F .

???	???	???	???	F
0	1			1
		1	0	1
0		0	0	1

Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть заданы выражение $x \rightarrow y$, зависящее от двух переменных x и y , и фрагмент таблицы истинности.

???	???	F
0	1	0

Тогда первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу соответствует переменная x . В ответе нужно написать: yx .

Решение. Составим таблицу истинности для выражения

$$((x \equiv y) \rightarrow (\neg z \vee w)) \equiv \neg ((w \rightarrow x) \vee (y \rightarrow z)).$$

вручную или при помощи языка Python:

```
print("x y z w")
for x in range(0, 2):
    for y in range(0, 2):
        for z in range(0, 2):
            for w in range(0, 2):
                if ((x==y) <= (not(z) or w)) == (not(( w <= x) or (y <= z))):
                    print(x, y, z, w)
```

Далее выпишем те наборы переменных, при которых данное выражение равно 1. В наборах переменные запишем в порядке x, y, z, w .

Получим следующие наборы:

(0, 0, 1, 0),
 (0, 1, 0, 1),
 (1, 1, 1, 0).

Сопоставим эти наборы с приведенным в задании фрагментом таблицы истинности.

Третьей строке может соответствовать только набор (0, 0, 1, 0), тогда второй столбец соответствует переменной z .

Рассмотрим вторую строку таблицы. Так как второй столбец это z , то во втором столбце стоит 0, тогда строка соответствует набору (0, 1, 0, 1). Второй 0 в этом наборе соответствует переменной x , тогда четвертый столбец это x .

Рассмотрим первую строку таблицы. Она может соответствовать набору (1, 1, 1, 0). Так как второй столбец это z и он равен 1. Тогда w это 0 и соответствует первому столбцу, а y третьему столбцу.

Ответ: $wzux$.

Ответ: $wzux$

2. Тип 4 № 14220 *i*

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только четыре буквы: Р, Е, К, А; для передачи используется двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для букв А, Р, Е используются такие кодовые слова: А: 111, Р: 0, Е: 100.

Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы К. Если таких кодов несколько, укажите код с **наименьшим** числовым значением.

Примечание. Условие Фано означает, что ни одно кодовое слово не является началом другого кодового слова.

Решение. Перечислим возможные коды (не использующиеся для кодировки других букв) в порядке возрастания длины и числового значения.

0 — нельзя, это буква Р.

1 — нельзя, буквы Е и К начинаются с 1.

01 — нельзя из-за Р.

10 — нельзя из-за Е.

11 — нельзя из-за А.

000 — нельзя из-за Р.

001 — нельзя из-за Р.

101 — можно использовать.

Таким образом, кратчайшее кодовое слово для буквы К — 101.

Ответ: 101.

Ответ: 101

Раздел кодификатора ФИПИ:

[1.1 Информация и ее кодирование;](#)

[1.1.2 Процесс передачи информации, источник и приемник информации.](#)

3. Тип 7 № 19058 *i*

Для хранения произвольного растрового изображения размером 128×320 пикселей отведено 40 Кбайт памяти без учёта размера заголовка файла. Для кодирования цвета каждого пикселя используется одинаковое количество бит, коды пикселей записываются в файл один за другим без промежутков. Какое максимальное количество цветов можно использовать в изображении?

Решение. Объём растрового изображения находится как произведение количества пикселей в изображении на объём памяти x , необходимый для хранения цвета одного пикселя: $128 \cdot 320 \cdot x = 40 \cdot 2^{10} \cdot 2^3$ бит, откуда $x = 40 \cdot 2^{10} \cdot 2^3 / (2^7 \cdot 320)$, откуда находим $x = 8$ бит. Значит, в изображении можно использовать $2^8 = 256$ цветов.

Ответ: 256.

Ответ: 256

Раздел кодификатора ФИПИ:

[3.3.1 Форматы графических и звуковых объектов;](#)

[3.3.2 Ввод и обработка графических объектов.](#)

4. Тип 8 № 47212 *i*

Определите количество пятизначных чисел, записанных в восьмеричной системе счисления, в записи которых только одна цифра 6, при этом никакая нечётная цифра не стоит рядом с цифрой 6.

Решение. В восьмеричной системе счисления всего восемь цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Пусть цифра 6 стоит на первом месте, на втором месте может стоять любая из трёх оставшихся чётных цифр. На остальных позициях может стоять любая из семи оставшихся цифр. Всего чисел получится $1 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 1029$.

Пусть цифра 6 стоит на втором месте. Тогда на первом месте могут стоять другие два чётных числа (0 стоять не может, поскольку число не может начинаться с нуля). На третьем месте может стоять любая из трёх оставшихся чётных цифр. На остальных позициях могут стоять любые из 7 цифр. Всего чисел получится $2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 = 294$.

Пусть цифра 6 стоит на третьем месте. Тогда на втором и четвертом месте может стоять любая из оставшихся чётных цифр, на первом месте может стоять любая из 6 цифр (0 стоять не может, поскольку число не может начинаться с нуля), а на оставшихся позициях может стоять любая из 7 цифр. Всего чисел получится $6 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 7 = 378$. Столько же чисел получится, если поставить цифру 6 на четвёртое место.

Пусть цифра 6 стоит на последнем месте, на четвёртом месте может стоять любая из трёх оставшихся чётных цифр. На остальных позициях, кроме первой, может стоять любая из семи оставшихся цифр. На первом месте может стоять любая из 6 цифр (0 стоять не может, поскольку число не может начинаться с нуля). Всего чисел получится $6 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 1 = 882$.

Таким образом, можно составить всего $1029 + 378 \cdot 2 + 294 + 882 = 2961$.

Ответ: 2961.

Приведём решение Тимура Амирова на языке Python.

```
count=0
slovo='01234567'
for x1 in slovo:
    for x2 in slovo:
        for x3 in slovo:
            for x4 in slovo:
                for x5 in slovo:
                    f=x1+x2+x3+x4+x5
                    if f.count('6')==1:
                        s='1357'
                        if (s.count(x1) and x2=='6')==0 and (s.count(x2) and x3=='6')==0 and
                            if (x4=='6' and s.count(x5) )==0 and (x3=='6' and s.count(x4)
                                if x1!='0':
                                    count+=1

print(count)
```

Приведём решение Едигарева Фёдора на языке Python.

```
count = 0
for i in range(1, 34000):
    a = str(oct(i))[2:]
    if (len(a) == 5) and (a.count('6') == 1):
        if a.index('6') in {0, len(a)-1} and int(a[abs(a.index('6') - 1)]) % 2 == 0:
            count += 1
        elif int(a[a.index('6')- 1]) % 2 == 0 and int(a[a.index('6') + 1]) % 2 == 0:
            count += 1
print(count)
```

Приведём решение Ильи Андрианова на языке Python.

```
from itertools import product
count = 0
for num in product('01234567', repeat=5):
    s = ''.join(num)
    if s[0] != '0':
        if s.count('6') == 1:
            if all(pair not in s for pair in '16 61 36 63 56 65 76 67'.split()):
                count += 1
print(count)
```

Ответ: 2961

5. Тип 11 № 7924 *i*

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 12 символов и содержащий только символы А, Б, В, Г, Д, Е. Каждый такой пароль в компьютерной программе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт, при этом используют посимвольное кодирование и все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит. Определите, сколько байт необходимо для хранения 20 паролей.

Решение. Согласно условию, в номере могут быть использованы 6 букв. Известно, что с помощью N бит можно закодировать 2^N различных вариантов. Поскольку $2^2 < 6 < 2^3$, то для записи каждого из 6 символов необходимо 3 бита.

Для хранения всех 12 символов номера нужно $3 \cdot 12 = 36$ бит, а т.к. для записи используется целое число байт, то берём ближайшее не меньшее значение, кратное восьми, это число $40 = 8 \cdot 5$ бит (5 байт).

Тогда 20 паролей занимают $5 \cdot 20 = 100$ байт.

Ответ: 100.

Ответ: 100

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.1.3 Дискретное \(цифровое\) представление различной информации](#)

6. Тип 14 № 27274 *i*

Сколько единиц содержится в двоичной записи значения выражения $16^5 + 8^6 + 4^9 - 128$?

Решение. Последовательно будем преобразовывать данное выражение:
 $16^5 + 8^6 + 4^9 - 128 = 2^{20} + 2^{18} + 2^{18} - 2^7$.

Сумма $2^{20} + 2^{18} + 2^{18}$ в системе счисления с основанием 2 будет выглядеть как две единицы и 19 нулей. После вычитания из этой суммы 2^7 получится единица, ноль, двенадцать единиц и семь нулей. Таким образом, всего тринадцать единиц.

Ответ: 13.

Приведём другое решение на языке Python.

```
x = 16 ** 5 + 8 ** 6 + 4 ** 9 - 128
s = ''
while x != 0:
    s += str(x % 2)
    x //= 2
s = s[::-1]
print(s.count("1"))
```

Приведём решение Олега Тихонова на языке Python.

```
print(str(bin(16**5+8**6+4**9-128)[2:]).count("1"))
```

Ответ: 13

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.4.1 Позиционные системы счисления](#)

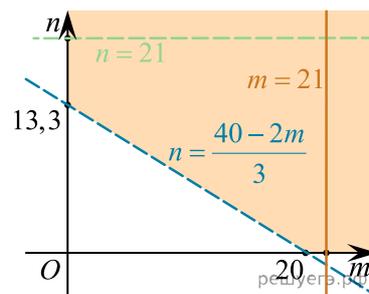
7. Тип 15 № 18499 *i*

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(2m + 3n > 40) \vee ((m < A) \wedge (n \leq A))$$

тождественно истинно при любых целых неотрицательных m и n ?

Решение. Решим задачу графически. Условие $(2m + 3n > 40)$ задаёт множество, отмеченное на рисунке закрашенной областью. Чтобы исходное выражение было тождественно истинно для любых целых и неотрицательных m и n , прямые $m \leq A$ и $n < A$ должны образовывать прямой угол на прямой $m = n$, вершина которого лежит таким образом, чтобы незакрашенная область была ниже и левее. Следовательно, они должны образовывать прямой угол, пересекаясь в точке $(21, 21)$. Таким образом, наименьшее значение A равняется 21.



Ответ: 21.

Примечание.

Обратим внимание читателей, использующих программный способ решения этой и подобных задач, что в условии говорится о неотрицательных числах, поэтому перебор значений переменных m и n должен производиться от 0, а не от 1.

Приведём другое решение на языке Python.

```
for a in range(0, 300):
    k = 0
    for m in range(0, 300):
        for n in range(0, 300):
            if (2*m + 3*n > 40) or ((m < a) and (n <= a)):
                k += 1
    if k == 90_000:
        print(a)
        break
```

Ответ: 21

Раздел кодификатора ФИПИ: 1.5.1 Высказывания, логические операции, кванторы, истинность высказывания

1. Тип 2 № 15939 *i*

Логическая функция F задаётся выражением $(z \wedge y) \vee ((x \rightarrow z) \equiv (y \rightarrow w))$.

Дан частично заполненный фрагмент, содержащий **неповторяющиеся** строки таблицы истинности функции F .

Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных x, y, z, w .

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	???	???	???	F
			1	0
1			1	0
1		1	1	0

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала — буква, соответствующая первому столбцу; затем — буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение $x \rightarrow y$, зависящее от двух переменных x и y , и фрагмент таблицы истинности:

Переменная 1	Переменная 1	Функция
???	???	F
0	1	0

Тогда первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу соответствует переменная x . В ответе нужно написать: yx .

Решение. Рассмотрим данное выражение. Преобразуем логическое выражение $(z \wedge y) \vee ((x \rightarrow z) \equiv (y \rightarrow w))$ и получим систему, при которой оно ложно:

$$\begin{cases} z = 0, \\ y = 0, \\ \bar{x} + z \neq \bar{y} + w \end{cases} \quad (*)$$

Заметим, что второй столбец таблицы истинности это z , тогда четвёртый столбец таблицы истинности это переменная x . Из условия $\bar{x} + z \neq \bar{y} + w$ следует, что переменная y соответствует третьему столбцу таблицы истинности, а переменная w соответствует первому столбцу таблицы истинности.

Приведем другое решение.

Составим таблицу истинности для выражения $(z \wedge y) \vee ((x \rightarrow z) \equiv (y \rightarrow w))$ вручную или при помощи языка Python:

```
print("x y z w")
for x in range(0, 2):
    for y in range(0, 2):
        for z in range(0, 2):
            for w in range(0, 2):
                if not((z and y) or ((x <= z) == (y <= w))):
                    print(x, y, z, w)
```

Далее выпишем те наборы переменных, при которых данное выражение равно 0. В наборах переменные запишем в порядке x, y, z, w .

Получим следующие наборы:

(0, 1, 0, 0),
 (1, 0, 0, 0),
 (1, 0, 0, 1),
 (1, 1, 0, 1).

Сопоставим эти наборы со строками приведенного в задании фрагмента таблицы истинности.

Рассмотрим третью строку таблицы (как минимум три единицы). Она может соответствовать только набору (1, 1, 0, 1), следовательно, второй столбец — это переменная z , и в третьей строке во втором

столбце стоит 0.

Заметим, что четвертый столбец таблицы может соответствовать только переменной x , так как переменные u и w принимают единичные значения только в двух наборах.

Рассмотрим вторую строку таблицы (как минимум две единицы). Она может соответствовать только набору $(1, 0, 0, 1)$, следовательно, первый столбец - это переменная w , тогда третий столбец - это переменная u .

Ответ: wzyx.

Ответ: wzux

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.5.1 Высказывания, логические операции, кванторы, истинность высказывания](#)

2. Тип 4 № 36017 *i*

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только четыре буквы: З, А, Р, Я; для передачи используется двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для букв Я, Р, З используются такие кодовые слова: Я — 0, Р — 101; З — 110.

Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы А, при котором код будет удовлетворять условию Фано. Если таких кодов несколько, укажите код с наибольшим числовым значением.

Примечание. Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений.

Решение. Заметим, что кодовое слово не может начинаться с нуля, поскольку будет нарушено условие Фано. Кодовые слова 10 и 11 взять нельзя, поскольку будет нарушено условие Фано. Можно взять кодовые слова длины 3: 100 и 111. Поскольку числовое значение кодового слова 100 меньше, возьмём кодовое слово 111.

Ответ: 111.

Ответ: 111

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.1.2 Процесс передачи информации, источник и приемник информации](#)

3. Тип 7 № 9795 *i*

Какой минимальный объём памяти (в Кбайт) нужно зарезервировать, чтобы можно было сохранить любое растровое изображение размером 128×128 пикселей при условии, что в изображении могут использоваться 128 различных цветов? В ответе запишите только целое число, единицу измерения писать не нужно.

Решение. Один пиксель кодируется 7 битами памяти, поскольку используется $128 = 2^7$ цветов. Всего $128 * 128 = 2^7 * 2^7 = 2^{14}$ пикселей.

Объём памяти, занимаемый изображением $2^{14} * 7 = 7 * 2^{11}$ байт = $7 * 2$ Кбайт = 14 Кбайт.

Ответ: 14.

Ответ: 14

Раздел кодификатора ФИПИ:

[3.3.1 Форматы графических и звуковых объектов;](#)

[3.3.2 Ввод и обработка графических объектов.](#)

4. Тип 8 № 38535 *i*

Все четырёхбуквенные слова, в составе которых могут быть только буквы Л, Е, М, У, Р, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы, начиная с 1. Ниже приведено начало списка.

1. ЕЕЕЕ
2. ЕЕЕЛ
3. ЕЕЕМ
4. ЕЕЕР
5. ЕЕЕУ
6. ЕЕЛЕ

...

Под каким номером в списке идёт первое слово, которое начинается с буквы Л?

Решение. Из пяти букв можно составить $5^4 = 625$ четырёхбуквенных слов. Т. к. слова идут в алфавитном порядке, то первая одна пятая часть букв (125 шт) начинаются с «Е», вторая часть (тоже 125) — с «Л», третья — с «М», четвёртая — с «Р», последняя — с «У», то есть первая буква меняется через каждые 125 слов. Т. е. со слова с номером 126 первой буквой будет Л.

Ответ: 126.

Приведём другое решение на языке Python.

```
a = {0: "Е", 1: "Л", 2: "М", 3: "Р", 4: "У"}
k = 0
for i in range(0, len(a)):
    for j in range(0, len(a)):
        for g in range(0, len(a)):
            for m in range(0, len(a)):
                k += 1
                if a[i] == "Л":
                    print(k) # Возьмем первое число, которое выведет программа
```

Ответ: 126

Раздел кодификатора ФИПИ:

[1.6.1 Формализация понятия алгоритма;](#)

[1.6.2 Вычислимость. Эквивалентность алгоритмических моделей.](#)

5. Тип 11 № 59747 *i*

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 105 символов. В качестве символов используют 1510 специальных символов и десятичные цифры. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт.

При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. В компьютерной системе зарегистрировано 16 930 пользователей. Укажите количество Кбайт, выделенное на хранение всех паролей. В ответе запишите только целое число.

Решение. Заметим, что k бит позволяют кодировать 2^k символов.

Для кодирования пароля, использующего десятичные цифры и 1510-символьный алфавит, требуется 11 бит (ведь $2^{11} = 2048$).

Для хранения 105 символов требуется

$$105 \cdot 11 = 1155 \text{ бит} = 145 \text{ байт.}$$

Для хранения данных о 16 930 пользователях потребовалось

$$16930 \cdot \frac{145}{1024} = 2398 \text{ Кбайт.}$$

Ответ: 2398.

Ответ: 2398

6. Тип 14 № 64899

В системе счисления с основанием p выполняется равенство $zxux4 + xy658 = wzx73$. Буквами x , y , z и w обозначены некоторые цифры из алфавита системы счисления с основанием p . Определите значение числа $xwzwp$ и запишите это значение в десятичной системе счисления.

Решение. Приведём решение на языке Python.

```
for p in range(1,10):
    for x in range(1,p):
        for y in range(0,p):
            for z in range(1,p):
                for w in range(1,p):
                    t1 = z*p**4+x*p**3+y*p**2+x*p**1+4
                    t2 = x*p**4+y*p**3+6*p**2+5*p**1+8
                    t3 = w*p**4+z*p**3+x*p**2+7*p**1+3
                    if t1 + t2 == t3:
                        print(x*p**3+y*p**2+z*p**1+w*p**0)
```

Ответ: 1114.

Ответ: 1114

7. Тип 15 № 15803 *i*

На числовой прямой задан отрезок A . Известно, что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x^2 \leq 100)) \wedge ((x^2 \leq 64) \rightarrow (x \in A))$$

тождественно истинна при любом вещественном x . Какую наибольшую длину может иметь отрезок A ?

Решение. Раскрывая импликацию по правилу $A \rightarrow B = \neg A + B$, заменяя логическую сумму совокупностью, а логическое произведение системой соотношений, определим значения параметра A , при котором система совокупностей

$$\left\{ \begin{array}{l} x \notin A, \\ x^2 \leq 100, \\ x^2 > 64, \\ x \in A \end{array} \right.$$

будет иметь решения для любых вещественных чисел.

Чтобы решениями системы были все вещественные числа, необходимо и достаточно, чтобы решениями каждой из совокупностей были все вещественные числа.

Решениями неравенства $x^2 \leq 100$ являются все числа из отрезка $[-10; 10]$. Чтобы совокупность выполнялась для всех вещественных чисел, числа x , не лежащие на указанном отрезке, не должны принадлежать отрезку A . Следовательно, отрезок A не должен выходить за пределы отрезка $[-10; 10]$.

Аналогично, решениями неравенства $x^2 > 64$ являются числа из лучей $(-\infty; -8)$ и $(8; \infty)$. Чтобы совокупность выполнялась для всех вещественных чисел, числа x , не лежащие на указанных лучах, должны лежать на отрезке A . Следовательно, отрезок A должен содержать в себе отрезок $[-8; 8]$.

Тем самым, наибольшая длина отрезка A может быть равна $10 + 10 = 20$.

Ответ: 20.

Примечание.

О длине отрезка написано в примечании к задаче [11119](#).

Приведём другое решение на языке Python.

```
def f(x,a):
    return ((x in a) <= (x**2 <= 100)) and ((x**2 <= 64) <= (x in a))

a = set([i for i in range(-1000,1000)])

for x in range(-1000, 1000):
    if not f(x,a):
        a.remove(x)
print(len(a) - 1)
```

Ответ: 20

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.5.1 Высказывания, логические операции, кванторы, истинность высказывания](#)

1. Тип 2 № 61382

Две логические функции заданы выражениями:

$$F_1 = (w \equiv x) \wedge (y \rightarrow z)$$

$$F_2 = (w \rightarrow x) \rightarrow (y \equiv z)$$

Дан частично заполненный фрагмент, содержащий неповторяющиеся строки таблицы истинности обеих функций.

Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

???	???	???	???	F_1	F_2
1		1	1	1	0
	1	0	0	1	
	0	0		0	0

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение $x \rightarrow y$, зависящее от двух переменных x и y , и фрагмент таблицы истинности для одной функции:

Переменная 1 ???	Переменная 2 ???	Функция F
0	1	0

Тогда первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу соответствует переменная x . В ответе нужно написать: yx .

Решение. Составим таблицу истинности для исходных выражений при помощи языка Python:

```
def f_1(x, y, z, w):
    if ((w == x) and (y <= z)) == 1:
        return 1
    else:
        return 0
def f_2(x, y, z, w):
    if ((w <= x) <= (y == z)) == 1:
        return 1
    else:
        return 0
print('x y z w f1 f2')
for x in range(2):
    for y in range(2):
        for z in range(2):
            for w in range(2):
                print(x, y, z, w, ' ', f_1(x, y, z, w), ' ', f_2(x, y, z, w))
```

Мы получили 16 наборов.

Рассмотрим первую строку таблицы, в ней значение первой функции равно 1, а значение второй — 0, при этом три переменные принимают значение «1». Это возможно только в одном случае (1, 0, 1, 1), то есть y соответствует второй столбец.

Рассмотрим третью строку таблицы, в ней значение первой функции равно 0, и значение второй — 0, при этом переменная y принимает значение «0». Это возможно только в одном случае (1, 0, 1, 0), то есть w соответствует третий столбец.

Теперь найдем случай, при котором первая функция принимает значение «1», y принимает значение «1», w принимает значение «0». Это возможно только в одном случае (0, 1, 1, 0), то есть z соответствует первый столбец, а x соответствует четвертый столбец.

Ответ: $zywx$.

Ответ: $zywx$

x	y	z	w	f1	f2
0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	0	1
0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1

2. Тип 4 № 26948 *i*

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей только из букв А, Б, В, Г, Д, решили использовать неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для букв А, Б, В использовали соответственно кодовые слова 1, 00, 0100. Укажите минимальную возможную суммарную длину для букв Г и Д, если известно, что код должен допускать однозначное декодирование.

Примечание. Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений.

Решение. Для трёх букв кодовые слова уже известны, осталось подобрать для букв Г и Д такие кодовые слова, которые будут являться кратчайшим и удовлетворять условию Фано.

Кодовым словом не могут быть ни 0, ни 1, потому что есть кодовые слова, начинающиеся с 0 и 1. Для оставшихся букв можно использовать кодовые слова 011 и 0101. Сумма **длин** этих кодовых слов равна 7.

Ответ: 7.

Ответ: 7

Раздел кодификатора ФИПИ:

[1.1 Информация и ее кодирование;](#)

[1.1.2 Процесс передачи информации, источник и приемник информации.](#)

3. Тип 7 № 45241 *i*

Для хранения сжатого произвольного растрового изображения размером 192 на 960 пикселей отведено 90 Кбайт памяти без учёта размера заголовка файла. При сжатии объём файла уменьшается на 35%. Для кодирования цвета каждого пикселя используется одинаковое количество бит, коды пикселей записываются в файл один за другим без промежутков. Какое максимальное количество цветов можно использовать в изображении?

Решение. Сначала найдём объём несжатого изображения: $\frac{90}{0,65} \approx 138$. Объём растрового изображения находится как произведение количества пикселей в изображении на объём памяти x , необходимый для хранения цвета одного пикселя: $192 \cdot 960 \cdot x < 138 \cdot 2^{13}$ бит, откуда $x = 6$ бит. Значит, в изображении можно использовать не более $2^6 = 64$ цвета.

Ответ: 64.

Ответ: 64

4. Тип 8 № 27405 *i*

Игорь составляет таблицу кодовых слов для передачи сообщений, каждому сообщению соответствует своё кодовое слово. В качестве кодовых слов Игорь использует трёхбуквенные слова, в которых могут быть только буквы Ш, К, О, Л, А, причём буква К появляется ровно 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в кодовом слове любое количество раз или не встречаться совсем. Сколько различных кодовых слов может использовать Игорь?

Решение. Пусть К стоит на первом месте. Тогда на остальных двух позициях может стоять любая из четырёх оставшихся букв. То есть всего $4 \cdot 4 = 16$ комбинаций.

Если К стоит на втором месте, то также остаётся две позиции, на каждой из которых может находиться любая из четырёх оставшихся цифр.

Такие же рассуждения, если К стоит на третьем месте.

То есть всего получается $16 \cdot 3 = 48$ вариантов.

Приведём другое решение на языке Python.

```
import itertools
alphabet = "ШКОЛА"
ar = itertools.product(alphabet, repeat=3) #Размещение с повторением
ar1 = []
for i in ar:
    ar1.append(list(i))
count = 0
for e in ar1:
    if e.count("К") == 1:
        count += 1
print(count)
```

Ответ: 48

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.6.1 Формализация понятия алгоритма](#)

5. Тип 11 № 13597 *i*

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только символы из 62-символьного набора, содержащего все латинские буквы (заглавные и строчные) и десятичные цифры. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым минимально возможным количеством бит. Кроме, собственно, пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт; одно и то же для всех пользователей.

Для хранения сведений о 20 пользователях потребовалось 700 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе? В ответе запишите только целое число – количество байт.

Решение. Согласно условию, в номере могут быть использованы 62 символов. Известно, что с помощью N бит можно закодировать 2^N различных вариантов. Так как $64 = 2^6$, то для записи каждого из 62 символов необходимо 6 бит.

Всего 15 символов, значит, пароль занимает $15 \cdot 6 = 90$ бит. Ближайшее число байт, покрывающее это число бит – 12. Пусть количество памяти, отведенное под дополнительные сведения равно x , тогда:

$$20 \cdot (x + 12) = 700$$

$$x + 12 = 35$$

$$x = 23.$$

Примечание. В 62 символа уже включены десятичные цифры.

Ответ: 23.

Ответ: 23

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.1.3 Дискретное \(цифровое\) представление различной информации](#)

6. Тип 14 № 46972

Значение выражения $5 \cdot 343^8 + 4 \cdot 49^{12} + 7^{14} - 98$ записали в системе счисления с основанием 7 без значащих нулей. Какая цифра чаще всего встречается в этой записи?

Решение. Последовательно будем преобразовывать данное выражение:

$$5 \cdot 343^8 + 4 \cdot 49^{12} + 7^{14} - 98 = 5 \cdot 7^{24} + 4 \cdot 7^{24} + 7^{14} - 2 \cdot 7^2.$$

Результат суммы $5 \cdot 7^{24} + 4 \cdot 7^{24} + 7^{14}$ в системе счисления с основанием 7 выглядит как единица, двойка, девять нулей, единица и четырнадцать нулей. При вычитании из полученного результата выражения $2 \cdot 7^2$ получаем число, которое в системе счисления с основанием 7 выглядит как единица, двойка, десять нулей, одиннадцать шестёрок, пятёрка, и два нуля. Заметим, что чаще всего встречается цифра «0».

Ответ: 0.

Приведём решение данной задачи на языке Python.

```
from collections import Counter

n = 5 * (343 ** 8) + 4 * (49 ** 12) + 7 ** 14 - 98
ans = ''
while n != 0:
    ans += str(n % 7)
    n = n // 7
counter = Counter(ans)
print(counter)
```

Приведём другое решение на языке Python. (без использования библиотек)

```
x = 5 * (343 ** 8) + 4 * (49 ** 12) + 7 ** 14 - 98
s = ""
while x != 0:
    s += str(x % 7)
    x //= 7
s = s[::-1]
maxx = 0
maxx_index = 0
for i in range(7):
    if maxx < s.count(str(i)):
        maxx = s.count(str(i))
        maxx_index = i
print(maxx_index)
```

Ответ: 0

7. Тип 15 № 15803 *i*

На числовой прямой задан отрезок A . Известно, что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x^2 \leq 100)) \wedge ((x^2 \leq 64) \rightarrow (x \in A))$$

тождественно истинна при любом вещественном x . Какую наибольшую длину может иметь отрезок A ?

Решение. Раскрывая импликацию по правилу $A \rightarrow B = \neg A + B$, заменяя логическую сумму совокупностью, а логическое произведение системой соотношений, определим значения параметра A , при котором система совокупностей

$$\left\{ \begin{array}{l} x \notin A, \\ x^2 \leq 100, \\ x^2 > 64, \\ x \in A \end{array} \right.$$

будет иметь решения для любых вещественных чисел.

Чтобы решениями системы были все вещественные числа, необходимо и достаточно, чтобы решениями каждой из совокупностей были все вещественные числа.

Решениями неравенства $x^2 \leq 100$ являются все числа из отрезка $[-10; 10]$. Чтобы совокупность выполнялась для всех вещественных чисел, числа x , не лежащие на указанном отрезке, не должны принадлежать отрезку A . Следовательно, отрезок A не должен выходить за пределы отрезка $[-10; 10]$.

Аналогично, решениями неравенства $x^2 > 64$ являются числа из лучей $(-\infty; -8)$ и $(8; \infty)$. Чтобы совокупность выполнялась для всех вещественных чисел, числа x , не лежащие на указанных лучах, должны лежать на отрезке A . Следовательно, отрезок A должен содержать в себе отрезок $[-8; 8]$.

Тем самым, наибольшая длина отрезка A может быть равна $10 + 10 = 20$.

Ответ: 20.

Примечание.

О длине отрезка написано в примечании к задаче [11119](#).

Приведём другое решение на языке Python.

```
def f(x,a):
    return ((x in a) <= (x**2 <= 100)) and ((x**2 <= 64) <= (x in a))

a = set([i for i in range(-1000,1000)])

for x in range(-1000, 1000):
    if not f(x,a):
        a.remove(x)
print(len(a) - 1)
```

Ответ: 20

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.5.1 Высказывания, логические операции, кванторы, истинность высказывания](#)

1. Тип 2 № 27228 *i*

Логическая функция F задаётся выражением $(\neg x \vee y \vee z) \equiv (\neg y \wedge z \wedge w)$. На рисунке приведён частично заполненный фрагмент таблицы истинности функции F , содержащий неповторяющиеся строки. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z, w .

?	?	?	?	F
	1	1	1	1
	0	0		1
	1		1	1

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы. Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Решение. Заметим, что выражение будет истинным тогда, когда обе скобки будут принимать значение 0 или 1.

Рассмотрим первую строку таблицы истинности. Заметим, что выражение будет истинным только тогда, когда переменная y будет равна 0, то есть строка будет выглядеть как 0111. Следовательно, переменной y соответствует первый столбец.

Рассмотрим вторую строку таблицы истинности. Правая скобка будет принимать значение 0. Значит, переменные y и z должны принимать значение 0, а переменная x должна принимать значение 1. Таким образом, строка будет выглядеть как 0001, а переменной x соответствует четвёртый столбец таблицы истинности.

Рассмотрим третью строку таблицы истинности. Третья строка может выглядеть как 0101, 1101 и 1111. Предположим, что переменная z соответствует второму столбцу таблицы истинности. Тогда значение выражения во всех трёх случаях будет ложным. Значит, переменная w соответствует второму столбцу таблицы истинности, а переменная z — третьему.

Ответ: $ywzx$.

Приведём другое решение.

Составим таблицу истинности для выражения $(\neg x \vee y \vee z) \equiv (\neg y \wedge z \wedge w)$ вручную или при помощи языка Python:

```
print("x y z w")
for x in range(0, 2):
    for y in range(0, 2):
        for z in range(0, 2):
            for w in range(0, 2):
                if (not(x) or y or z) == (not(y) and z and w):
                    print(x, y, z, w)
```

Далее выпишем те наборы переменных, при которых данное выражение равно 1. В наборах переменные запишем в порядке x, y, z, w . Получим следующие наборы:

(0, 0, 1, 1),
 (1, 0, 0, 0),
 (1, 0, 0, 1),
 (1, 0, 1, 1).

Соотнесём эти наборы с представленным фрагментом таблицы истинности.

Заметим, что переменная y принимает единственное значение 0, следовательно, это первый столбец. Рассмотрим вторую строчку исходной таблицы истинности, когда в значениях три нуля, то последнее будет 1, и это будет x . Значит, последний столбец - x . Учтём, что первый набор значений можно не использовать, так как в данной таблице он не фигурирует. Тогда второй столбик, исходя из полученных наборов - w . Остаётся третий столбец - z . Получаем последовательность $ywzx$.

Ответ: $ywzx$

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.5.1 Высказывания, логические операции, кванторы, истинность высказывания](#)

2. Тип 4 № 11106 *i*

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только четыре буквы: А, Б, В, Г; для передачи используется двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для букв А, Б, В используются такие кодовые слова: А — 0; Б — 110; В — 100.

Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы Г, при котором код будет допускать однозначное декодирование. Если таких кодов несколько, укажите код с наименьшим числовым значением.

Примечание. Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений.

Решение. Для того, чтобы сообщение, записанное с помощью неравномерного по длине кода, однозначно декодировалось, требуется, чтобы никакой код не был началом другого (более длинного) кода.

Рассмотрим варианты для буквы Г, начиная с самого короткого.

1) Г=1: код буквы Г является началом кода буквы Б — 110, поэтому этот вариант не подходит.

2) Если код Г=01, то условие Фано нарушается, поскольку тогда код буквы А является началом кода буквы Г.

3) Если код Г=101, то условие Фано не нарушается. Данное кодовое слово является кратчайшим для буквы Г.

Ответ: 101.

Ответ: 101

Раздел кодификатора ФИПИ:

[1.1 Информация и ее кодирование;](#)

[1.1.2 Процесс передачи информации, источник и приемник информации.](#)

3. Тип 7 № 28545 *i*

Для проведения эксперимента создаются изображения, содержащие случайные наборы цветных пикселей. Размер изображения — 320x240 пк, при сохранении изображения каждый пиксель кодируется одинаковым числом битов, все коды пикселей записываются подряд, методы сжатия не используются. Размер файла не должен превышать 100 Кбайт, при этом 20 Кбайт необходимо выделить для служебной информации. Какое максимальное количество различных цветов и оттенков можно использовать в изображении?

Решение. Объём растрового изображения находится как произведение количества пикселей в изображении на объём памяти x , необходимый для хранения цвета одного пикселя: $320 \cdot 240 \cdot x < 80 \cdot 2^{13}$ бит, откуда $x = 8$ бит. Значит, в изображении можно использовать не более $2^8 = 256$ цветов.

Ответ: 256.

Ответ: 256

Раздел кодификатора ФИПИ:

[3.3.1 Форматы графических и звуковых объектов;](#)

[3.3.2 Ввод и обработка графических объектов.](#)

4. Тип 8 № 3698 *i*

Все 6-буквенные слова, составленные из букв Б, К, Ф, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы. Вот начало списка:

1. ББББББ
2. ББББК
3. ББББФ
4. ББББКБ

.....

Запишите слово, которое стоит на 345-м месте от начала списка.

Решение. Заменяем буквы Б, К, Ф на 0, 1, 2 (для них порядок очевиден – по возрастанию).

Выпишем начало списка, заменив буквы на цифры:

1. 000000
2. 000001
3. 000002
4. 000010

...

Полученная запись есть числа, записанные в троичной системе счисления в порядке возрастания. Тогда на 345 месте будет стоять число 344 (т. к. первое число 0). Переведём число 344 в троичную систему (деля и снося остаток справа налево):

```
344 / 3 = 114 (2)
114 / 3 = 38 (0)
38 / 3 = 12 (2)
12 / 3 = 4 (0)
4 / 3 = 1 (1)
1 / 3 = 0 (1)
```

В троичной системе 344 запишется как 110202. Произведём обратную замену и получим ККБФБФ.

Ответ: ККБФБФ.

Приведём другое решение на языке Python.

```
a = {0: "Б", 1: "К", 2: "Ф"}
k = 0
for i in range(0, len(a)):
    for j in range(0, len(a)):
        for g in range(0, len(a)):
            for m in range(0, len(a)):
                for n in range(0, len(a)):
                    for l in range(0, len(a)):
                        k += 1
                        if k == 345:
                            print(a[i], a[j], a[g], a[m], a[n], a[l], end=" ")
```

Ответ: ККБФБФ

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.6.1 Формализация понятия алгоритма](#)

5. Тип 11 № 40727

Каждый объект, зарегистрированный в информационной системе, получает уникальный код из двух частей. Первая часть определяет категорию объекта и состоит из 7 символов, каждый из которых может быть любой из 26 заглавных латинских букв. Вторая часть кода задаёт порядковый номер объекта внутри категории и может быть целым числом от 1 до 999. Для представления первой части кода используют посимвольное кодирование, все символы кодируют одинаковым минимально возможным количеством битов. Вторая часть кодируется как двоичное целое число с использованием минимально возможного количества битов. Для кода в целом выделяется минимально возможное целое количество байтов. Кроме того, для каждого объекта выделен одинаковый объём памяти для хранения дополнительных регистрационных данных.

Для хранения кода и дополнительных регистрационных данных 48 объектов потребовалось 1056 байт. Сколько байтов выделено для хранения дополнительных регистрационных данных одного объекта? В ответе запишите только целое число — количество байтов.

Решение. Заметим, что k бит позволяют кодировать 2^k символов, поэтому для кодирования 26-символьного алфавита требуется 5 бит (ведь $2^5 = 32$). Для хранения 7 символов требуется $7 \cdot 5 = 35$ бит. Для хранения числа от 1 до 999 в двоичном виде требуется 10 бит. Минимальное количество байт, вмещающее в себя $35 + 10$ бит = 45 бит = 6 байт (48 бит).

Поскольку для хранения данных (код и дополнительные данные) о 48 объектах потребовалось 1056 байт, для хранения данных об одном пользователе потребуется $1056 : 48 = 22$ байта. Для хранения дополнительных данных об одном пользователе используется $22 - 6 = 16$ байт.

Ответ: 16.

Ответ: 16

6. Тип 14 № 48339

Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 11:

$$982 \times 8_{11} + 194 \times 7_{11}$$

В записи чисел переменной x обозначена неизвестная цифра из алфавита одиннадцатиричной системы счисления. Определите наименьшее значение x , при котором значение данного арифметического выражения кратно 58. Для найденного значения x вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 58 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

Решение. При помощи цикла *for* будем перебирать x в соответствии в заданной системой счисления. Затем переведём все числа в десятичную систему счисления и найдём их сумму, записав полученное значение в переменную. Проверим кратность переменной на 58 и выведем частное от деления значения арифметического выражения.

Приведём решение на языке Python.

```
for x in '0123456789A':
    t = int('982' + x + '8', 11) + int('194' + x + '7', 11)
    if t % 58 == 0:
        print(t // 58)
        exit
```

Ответ: 2931.

Ответ: 2931

7. Тип 15 № 34541 *i*

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [3, 38]$ и $Q = [21, 57]$. Какова наибольшая возможная длина интервала A , что логическое выражение

$$((x \in Q) \rightarrow (x \in P)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

Решение. Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Преобразовав, получаем:

$$(\neg Q \vee P) \rightarrow \neg A = Q \wedge \neg P \vee \neg A.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Логическое И истинно, когда истинны оба утверждения. Условию $Q \wedge \neg P = 1$ удовлетворяет отрезок $(38; 57]$. Поскольку выражение $Q \wedge \neg P \vee \neg A$ должно быть тождественно истинным, выражение $\neg A$ должно быть истинно на лучах $(-\infty; 38]$ и $(57; +\infty)$. Значит, наибольшая возможная длина интервала A равна $57 - 38 = 19$.

Ответ: 19.

Примечание 1.

О длине отрезка написано в примечании к задаче [11119](#).

Примечание 2.

Предостерегаем читателей от решения этой и подобных задач с помощью программ, реализующих метод перебора. В программах, которые предлагают наши читатели, в качестве границ отрезка используются целые числа, и длина отрезка определяется как разность между ними. Такие программы будут давать неверный результат, если интервал A не является отрезком, то есть одна или обе из его границ ему не принадлежат. В частности, в данной задаче число 38 не должно принадлежать интервалу A , следовательно, программой будет найдена левая граница, равная 39, и правая граница, равная 57, в результате чего длина интервала A получится равной 18. Однако в задаче рассматриваются не целые, а вещественные числа, поэтому длина интервала $(38; 57]$ равна 19.

Ответ: 19

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.5.1 Высказывания, логические операции, кванторы, истинность высказывания](#)

1. Тип 2 № 59796 *i*

Алекс заполнил таблицу истинности логической функции F

$$(x \vee y) \wedge \overline{(y \equiv z)} \wedge \overline{w}.$$

Он успел заполнить лишь фрагмент из трех различных её строк, даже не указав, какому столбцу таблицы соответствует каждая переменная x, y, z, w .

Определите, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных x, y, z, w .

???	???	???	???	F
?	1	?	1	1
0	0	1	?	1
0	?	1	1	1

Решение. Составим таблицу истинности для выражения $(x \vee y) \wedge \overline{(y \equiv z)} \wedge \overline{w}$ вручную или при помощи языка Python:

```
print("x y z w")
for x in range(0, 2):
    for y in range(0, 2):
        for z in range(0, 2):
            for w in range(0, 2):
                if (x or y) and (not(y == z)) and (not(w)):
                    print(x, y, z, w)
```

Далее выпишем те наборы переменных, при которых данное выражение равно 1. В наборах переменных запишем в порядке x, y, z, w . Получим следующие наборы:

(0, 1, 0, 0),
(1, 0, 1, 0),
(1, 1, 0, 0).

Сопоставим эти наборы с приведенным в задании фрагментом таблицы истинности.

Так как только переменная w принимает значение «0» во всех строках, то ей соответствует столбец 1.

Рассмотрим вторую строку таблицы истинности. Заметим, что только она может соответствовать первому набору. Так как единственное значение «1» в этой строке принимает переменная y , то то ей соответствует 3 столбец.

Рассмотрим третью строку таблицы истинности. Заметим, что она может соответствовать третьему набору, так как у переменной y значение «1». Тогда четвертый столбец соответствует переменной x , так как это переменная тоже равна «1», тогда второй столбец соответствует переменной z .

Ответ: wzux.

Ответ: wzux

2. Тип 4 № 61384

Все заглавные буквы русского алфавита закодированы неравномерным двоичным кодом, в котором никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это условие обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений. Кодовые слова для некоторых букв известны: И — 0001, Н — 1110, Ф — 1111, О — 1000, Р — 001, М — 110, А — 0000, Т — 101, К — 01. Укажите возможный код минимальной длины для буквы Ю. Если таких кодов несколько, укажите тот из них, который имеет минимальное числовое значение.

Решение. Заметим, что кодовые слова 0 и 1 выбрать нельзя. Также нельзя использовать коды И — 0001, Н — 1110, Ф — 1111, О — 1000, Р — 001, М — 110, А — 0000, Т — 101, К — 01. Остаётся свободным код 1001. Использовать код 1001 для буквы Ю нельзя, поскольку не останется кодовым слов, не нарушающих условие Фано, для других букв алфавита. Следовательно, букву Ю можно закодировать кодовыми словами 10010 или 10011. Минимальное числовое значение у кода 10010.

Ответ: 10010.

Ответ: 10010

3. Тип 7 № 55803 *i*

Голосовое сообщение, записанное в стерео формате, передается со скоростью 64 000 бит/с. Файл был записан с такими параметрами: глубина кодирования — 24 бит на отсчет, частота дискретизации — 16 000 отсчетов в секунду, время записи — 90 с. Сколько секунд будет передаваться голосовое сообщение?

Решение. Время передачи голосовой записи можно найти, разделив объем передаваемого файла на скорость передачи:

$$\frac{2 \text{ (стереозапись)} \cdot 24 \cdot 16000 \cdot 90}{64000}.$$

Вычисляем выражение и получаем скорость передачи голосового сообщения — 1080.

Ответ: 1080.

Ответ: 1080

4. Тип 8 № 15626 *i*

Все 6-буквенные слова, составленные из букв А, О, У, записаны в обратном алфавитном порядке. Вот начало списка:

1. УУУУУУ
2. УУУУУО
3. УУУУУА
4. УУУУОУ

.....

На каком месте от начала списка находится слово ОУУУОО.

Решение. Заменяем буквы У, О, А на 0, 1, 2 соответственно (для них порядок очевиден — по возрастанию).

Выпишем начало списка, заменив буквы на цифры:

1. 000000
2. 000001
3. 000002
4. 000010

...

Полученная запись есть числа, записанные в троичной системе счисления в порядке возрастания. Слово ОУУУОО можно представить в виде: $100011_3 = 247$. Так как порядковый номер на единицу больше, получаем ответ: 248.

Ответ: 248.

Приведём другое решение на языке Python.

```
a = {0: "У", 1: "О", 2: "А"}
k = 0
for i in range(0, len(a)):
    for j in range(0, len(a)):
        for g in range(0, len(a)):
            for m in range(0, len(a)):
                for n in range(0, len(a)):
                    for l in range(0, len(a)):
                        k += 1
                        if a[i] == 'О' and a[j] == 'У' and a[g] == 'У' and a[m] == 'У' and
print(k)
```

Ответ: 248

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.6.1 Формализация понятия алгоритма](#)

5. Тип 11 № 59804 *i*

При регистрации в компьютерной системе каждому объекту присваивается идентификатор, состоящий из 85 символов и содержащий только десятичные цифры и символы из 2000-символьного специального алфавита. В базе данных для хранения сведений о каждом идентификаторе отведено одинаковое и минимальное целое число БАЙТ. При этом используется посимвольное кодирование идентификаторов, все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит. Определите объём памяти в Кбайт, необходимый для хранения сведений о 46 080 объектах.

В ответе запишите только целое число — количество Кбайт.

Решение. Алфавит: 2000 символов и 10 цифр, кодируем каждый символ 11 битами (ведь $2^{11} = 2048$). Один идентификатор кодируется

$$\frac{11 \cdot 85}{8} = 116,875,$$

но так как одинаковое и минимальное целое число БАЙТ, то округляем до 117

$$\frac{117 \cdot 46080}{1024} = 5265.$$

Ответ: 5265.

Ответ: 5265

6. Тип 14 № 10479 *i*

Значение арифметического выражения: $9^{2016} + 3^{2015} - 9$ — записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Решение. $9^{2016} = 3^{4032}$

$3^{4032} = 100\dots00_3$ — на конце 4032 нуля.

$3^{2015} = 100\dots00_3$ — на конце 2015 нулей.

$9^{2016} + 3^{2015} = 100\dots00100\dots00_3$ — на конце 2015 нулей, а в середине $4032 - 2015 - 1 = 2016$ нулей.

$9^{2016} + 3^{2015} - 1 = 100\dots0022\dots22_3$ — на конце 2015 двоек, а в середине 2017 нулей.

$8 = 22_3$

$9^{2016} + 3^{2015} - 1 - 8 = 100\dots0022\dots2222_3 - 22_3 = 100\dots0022\dots2200_3$ — в середине 2017 нулей, после чего 2013 двоек.

Ответ: 2013.

Приведём другое решение на языке Python.

```
x = 9**2016 + 3**2015 - 9
s = ''
while x != 0:
    s += str(x % 3)
    x //= 3
s = s[::-1]
print(s.count("2"))
```

Ответ: 2013

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.4.1 Позиционные системы счисления](#)

7. Тип 15 № 35473 *i*

Обозначим через **ДЕЛ**(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(A, 45) \wedge (\text{ДЕЛ}(750, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(120, x)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Решение. Преобразуем скобку:

$$\text{ДЕЛ}(750, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(120, x)) \Leftrightarrow \neg \text{ДЕЛ}(750, x) \vee \text{ДЕЛ}(A, x) \vee \neg \text{ДЕЛ}(120, x)$$

Рассмотрим такие x , при которых выражение $\neg \text{ДЕЛ}(750, x) \vee \neg \text{ДЕЛ}(120, x)$ будет ложным. Это x , на которые одновременно делятся без остатка 750 и 120. Наибольший общий делитель этих чисел равен 30.

Следовательно, необходимо подобрать такое число, которое будет являться наименьшим общим кратным для чисел 30 и 45. Наименьшим таким A является число 90. Это и будет ответ.

Ответ: 90.

Приведём другое решение на языке Python.

```
for A in range(1, 101):
    k = 0
```

```
for x in range(1, 1000):
    if (A % 45 == 0) and ((750 % x == 0) <= ((A % x != 0) <= (120 % x != 0))):
        k += 1
if k == 999:
    print(A)
    break
```

Приведём решение Никиты Тирбах на языке Python.

```
def f(x,A):
    return (A % 45 == 0) and ((750 % x == 0) <= ((A % x != 0) <= (120 % x != 0)))

for A in range(1,200):
    if all(f(x,A) for x in range(1,500)):
        print(A)
        break
```

Ответ: 90

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.5.1 Высказывания, логические операции, кванторы, истинность высказывания](#)

1. Тип 2 № 18578 *i*

Логическая функция F задаётся выражением $((x \wedge \neg y) \vee (w \rightarrow z)) \equiv (z \equiv x)$.

Дан частично заполненный фрагмент, содержащий **неповторяющиеся** строки таблицы истинности функции F .

Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных x, y, z, w .

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	???	???	???	F
	0	0	1	1
0	1	0	0	1
0			1	1

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение $x \rightarrow y$, зависящее от двух переменных x и y , и фрагмент таблицы истинности:

Переменная 1	Переменная 1	Функция
???	???	F
0	1	0

Тогда первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу соответствует переменная x . В ответе нужно написать: yx .

Решение. Подберём переменные так, чтобы выражение было истинно и при этом все переменные кроме одной были равны 0. Такой набор переменных: $x = 0, y = 1, z = 0, w = 0$. Сопоставляя полученные значения со второй строкой таблицы, получаем, что вторая переменная — это переменная y .

Рассмотрим первую строку таблицы. Последовательно рассмотрим случаи, когда $x = 1, z = 1, w = 1$. В последнем случае выражение ложно, во втором случае выражение будет ложно в третьей строке, а в первом случае — истинно, следовательно, четвёртая переменная — переменная x .

Рассмотрим третью строку таблицы. Заметим, что $x = 1$, значит, для того, чтобы выражение было истинно z должно быть равно 0. Вторая и четвёртая переменные — y и x , первая переменная равна 0, следовательно, z — первая переменная.

Таким образом, оставшаяся переменная, переменная 3 — это переменная w .

Ответ: $zywx$.

Приведем другой вариант решения.

Составим таблицу истинности функции F вручную или при помощи языка Python:

```
print("x y z w")
for x in range(0, 2):
    for y in range(0, 2):
        for z in range(0, 2):
            for w in range(0, 2):
                if ((x and not y) or (w <= z)) == (z == x):
                    print(x, y, z, w)
```

Далее выпишем те наборы переменных, при которых данное выражение равно 1. В наборах переменных запишем в порядке x, y, z, w .

Получим следующие наборы:

(0, 0, 0, 0)
 (0, 1, 0, 0)
 (1, 0, 1, 0)
 (1, 0, 1, 1)
 (1, 1, 0, 1)
 (1, 1, 1, 0)
 (1, 1, 1, 1)

Сопоставим фрагмент таблицы истинности, приведенный в задании, с этими наборами.

Вторая строка (три нуля и одна единица) соответствует набору (0, 1, 0, 0), следовательно, переменная y соответствует второму столбцу.

Первая строка (хотя бы два нуля и хотя бы одна единица) может соответствовать наборам (0, 1, 0, 0) или (1, 0, 1, 0), но набор (0, 1, 0, 0) соответствует второй строке таблицы, значит, остается набор (1, 0, 1, 0). Тогда либо первый столбец — это x , а четвертый — z , либо первый столбец — это z , а четвертый — x .

Но если первый столбец — это x , а четвертый — z , то для третьей строки получим $x = 0$ и $z = 1$, а в этом случае $F = 0$. Значит, первый столбец — это z , а четвертый — x . Тогда третий столбец — это w .

Ответ: $zywx$

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.5.1 Высказывания, логические операции, кванторы, истинность высказывания](#)

2. Тип 4 № 14766 *i*

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только восемь букв: А, Б, Г, Е, И, М, Р, Т. Для передачи и спользуется двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Кодовые слова для некоторых букв известны:

Буква	Кодовое слово	Буква	Кодовое слово
А	0101	И	00
Б	1000	М	0100
Г		Р	11
Е	011	Т	1001

Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы Г. Если таких кодов несколько, укажите код с **наименьшим** числовым значением.

Примечание. Условие Фано означает, что ни одно кодовое слово не является началом другого кодового слова.

Решение. Перечислим возможные коды (не использующиеся для кодировки других букв) в порядке возрастания длины и числового значения.

0 — нельзя, А, Е, И и М начинаются с 0.

1 — нельзя, буквы Б, Р и Т начинаются с 1.

01 — нельзя из-за А.

10 — нельзя из-за Б и Т.

11 — нельзя из-за Р.

000 — нельзя из-за И.

001 — нельзя из-за И.

100 — нельзя из-за Т.

101 — можно использовать.

110 — нельзя из-за Р.

111 — нельзя из-за Р.

Таким образом, наименьшее числовое значение у кодового слова 101 для буквы Г.

Ответ: 101.

Ответ: 101

Раздел кодификатора ФИПИ:

[1.1 Информация и ее кодирование;](#)

[1.1.2 Процесс передачи информации, источник и приемник информации.](#)

3. Тип 7 № 63023

Камера наблюдения каждые n секунд (n — целое число) делает фотографию с разрешением 1024×768 пикселей и палитрой 4096 цветов. Фотографии передаются по каналу с пропускной способностью 200 Кбайт/сек, при этом используются методы сжатия, позволяющие уменьшить размер изображения в среднем на 20%.

Определите минимально возможное значение n , при котором возможна передача в режиме реального времени.

Решение. Один пиксель фотографии кодируется 12 битами памяти, поскольку используется $4096 = 2^{12}$ цветов.

Одна фотография занимает:

$$\frac{1024 \cdot 768 \cdot 12}{8 \cdot 1024} = 1152 \text{ Кбайт.}$$

Так как используются методы сжатия, позволяющие уменьшить размер изображения в среднем на 20%, то размер одной фотографии:

$$1152 \text{ Кбайт} \cdot 0,8 = 921,6 \text{ Кбайт.}$$

Тогда время передачи одной фотографии равно:

$$\frac{921,6 \text{ Кбайт}}{200 \text{ Кбайт/сек}} \approx 5 \text{ сек.}$$

Ответ: 5.

Ответ: 5

4. Тип 8 № 3699 i

Все 5-буквенные слова, составленные из букв Б, К, Ф, Ц, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы. Вот начало списка:

1. БББББ
2. ББББК
3. ББББФ
4. ББББЦ
5. БББКБ

.....

Запишите слово, которое стоит на 239-м месте от начала списка.

Решение. Заменяем буквы Б, К, Ф, Ц, на 0, 1, 2, 3 (для них порядок очевиден – по возрастанию).

Выпишем начало списка, заменив буквы на цифры:

1. 00000
2. 00001
3. 00002
4. 00003
5. 00010

...

Полученная запись есть числа, записанные в четверичной системе счисления в порядке возрастания. Тогда на 239 месте будет стоять число 238 (т. к. первое число 0). Переведём число 238 в четверичную систему (деля и снося остаток справа налево):

$$\begin{aligned} 238 / 4 &= 59 \text{ (2)} \\ 59 / 4 &= 14 \text{ (3)} \\ 14 / 4 &= 3 \text{ (2)} \\ 3 / 4 &= 0 \text{ (3)} \end{aligned}$$

В четверичной системе 238 запишется как 03232 (ноль приписали слева, потому что все слова 5-буквенные, значит, и символов должно быть пять). Произведём обратную замену и получим БЦФЦФ.

Ответ: БЦФЦФ.

Приведём другое решение на языке Python.

```
a = {0: "Б", 1: "К", 2: "Ф", 3: "Ц"}
k = 0
for i in range(0, len(a)):
    for j in range(0, len(a)):
        for g in range(0, len(a)):
            for m in range(0, len(a)):
                for n in range(0, len(a)):
                    k += 1
                    if k == 239:
                        print(a[i], a[j], a[g], a[m], a[n], end=" ")
```

Ответ: БЦФЦФ

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.6.1 Формализация понятия алгоритма](#)

5. Тип 11 № 33756 *i*

Каждый объект, зарегистрированный в информационной системе, получает уникальный код, состоящий из двух частей. Первая часть определяет категорию объекта и состоит из 4 символов, каждый из которых может быть одной из 26 заглавных латинских букв. Вторая часть кода определяет уникальный идентификатор объекта и состоит из 11 символов, каждый из которых может быть латинской буквой (строчной или заглавной) или одной из 9 цифр (цифра 0 не используется). Для представления кода используют посимвольное кодирование, все символы в пределах одной части кода кодируют одинаковым минимально возможным для данной части количеством битов, а для кода в целом выделяется минимально возможное целое количество байтов. Кроме того, для каждого объекта в системе выделено 120 байт для хранения содержательной информации.

Сколько байтов потребуется для хранения данных (код и содержательная информация) о 20 объектах? В ответе запишите только целое число — количество байтов.

Решение. k бит позволяют кодировать 2^k символов, поэтому для кодирования 26-символьного алфавита требуется 5 бит (ведь $2^5 = 32$). Для хранения 4 символов требуется $4 \cdot 5 = 20$ бит. Далее, k бит позволяют кодировать 2^k символов, поэтому для кодирования 61-символьного алфавита (26 заглавных букв, 26 строчных букв и 9 цифр) требуется 6 бит (ведь $2^6 = 64$). Для хранения 11 символов требуется $11 \cdot 6 = 66$ бит. Минимальное количество байт, вмещающее в себя $20 + 66$ бит = 86. Целое число байт, вмещающее в себя 86 бит — 11 байт (88 бит).

На один объект потребуется $11 + 120 = 131$ байт, тогда на 20 объектов потребуется $131 \cdot 20 = 2620$ байт.

Ответ: 2620.

Ответ: 2620

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.1.3 Дискретное \(цифровое\) представление различной информации](#)

6. Тип 14 № 64899

В системе счисления с основанием p выполняется равенство $zxux4 + xy658 = wzx73$. Буквами x , y , z и w обозначены некоторые цифры из алфавита системы счисления с основанием p . Определите значение числа $xuzw_p$ и запишите это значение в десятичной системе счисления.

Решение. Приведём решение на языке Python.

```
for p in range(1,10):
    for x in range(1,p):
        for y in range(0,p):
            for z in range(1,p):
                for w in range(1,p):
                    t1 = z*p**4+x*p**3+y*p**2+x*p**1+4
                    t2 = x*p**4+y*p**3+6*p**2+5*p**1+8
                    t3 = w*p**4+z*p**3+x*p**2+7*p**1+3
                    if t1 + t2 == t3:
                        print(x*p**3+y*p**2+z*p**1+w*p**0)
```

Ответ: 1114.

Ответ: 1114

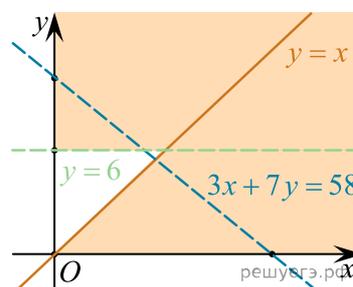
7. Тип 15 № 29203 *i*

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(3x + 7y < A) \vee (x \geq y) \vee (y > 6)$$

тождественно истинно, т. е. принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

Решение. Решим задачу графически. Условия $(x \geq y)$ и $(y > 6)$ задают множество, отмеченное на рисунке закрашенной областью. Чтобы исходное выражение было тождественно истинно для любых целых и неотрицательных x и y , прямая $3x + 7y = A$ должна проходить через точку $(6; 6)$, но, поскольку неравенство $(x \geq y)$ нестрогое, прямая может проходить ниже точки $(6; 6)$ и выше точки $(5; 6)$. Таким образом, наименьшее целое неотрицательное A , удовлетворяющее условию задачи — это A равное 58.



Приведем аналитическое решение.

Если истинно одно из выражений $(x \geq y)$ или $(y > 6)$, то выражение $(3x + 7y < A) \vee (x \geq y) \vee (y > 6)$ истинно независимо от значения A .

Если же оба выражения $(x \geq y)$ и $(y > 6)$ ложны, то есть при выполнении условий $(x < y)$ и $(y \leq 6)$, выражение $3x + 7y < A$ должно быть истинным.

Найдем максимально возможное значение выражения $3x + 7y$ при выполнении условий $(x < y)$ и $(y \leq 6)$.

Заметим, что для целых чисел неравенство $(x < y)$ равносильно неравенству $(x \leq y-1)$. Тогда

$$3x+7y \leq 3(y-1) + 7y = 10y - 3 \leq 60 - 3 = 57.$$

Таким образом, должно выполняться условие $57 < A$, откуда $A = 58$.

Ответ: 58.

Приведём другое решение на языке Python.

```
for A in range(300):
    k = 0
    for x in range(300):
        for y in range(300):
            if (3 * x + 7 * y < A) or (x >= y) or (y > 6):
                k += 1
    if k == 90_000:
        print(A)
        break
```

Ответ: 58

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.5.1 Высказывания, логические операции, кванторы, истинность высказывания](#)

1. Тип 2 № 19051 *i*

Миша заполнял таблицу истинности функции $(x \wedge \neg y) \vee (x \equiv z) \vee \neg w$, но успел заполнить лишь фрагмент из трёх различных её строк, даже не указав, какому столбцу таблицы соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

				$(x \wedge \neg y) \vee (x \equiv z) \vee \neg w$
0	1	1	0	0
0				0
	1	0	1	0

Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Функция задана выражением $\neg x \vee y$, зависящим от двух переменных, а фрагмент таблицы имеет следующий вид.

		$\neg x \vee y$
0	1	0

В этом случае первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу — переменная x . В ответе следует написать yx .

Решение. Рассмотрим данное выражение. Преобразуем логическое выражение $(x \wedge \neg y) \vee (x \equiv z) \vee \neg w$ и получим систему, при которой оно ложно:

$$\begin{cases} x = 0, \\ y = 1, \\ x \neq z, \\ w = 1. \end{cases} (*)$$

Из первой строки таблицы можно заметить, что переменной w может соответствовать только второй или третий столбцы. Из третьей строки таблицы можно заметить, что этой же переменной могут соответствовать первый, второй или четвёртый столбцы. Отсюда можно заключить, что переменной w соответствует второй столбец.

Предположим, что первый столбец соответствует переменной x , в таком случае из первой строки можно заключить, что третий столбец соответствует переменной z , а четвёртый — переменной y . При таком соответствии не получаем противоречий ни со второй, ни с третьей строкой таблицы.

Ответ: $xwzy$.

Приведем другое решение.

Составим таблицу истинности для выражения $(x \wedge \neg y) \vee (x \equiv z) \vee \neg w$ вручную или при помощи языка Python:

```
print("x y z w")
for x in range(0, 2):
    for y in range(0, 2):
        for z in range(0, 2):
            for w in range(0, 2):
                if not((x and not y) or (x == z) or not w):
                    print(x, y, z, w)
```

Далее выпишем те наборы переменных, при которых данное выражение равно 0. В наборах переменных запишем в порядке x, y, z, w .

Получим следующие наборы:

$(0, 0, 1, 1)$,

(0, 1, 1, 1),
(1, 1, 0, 1).

Сопоставим эти наборы с приведенным в задании фрагментом таблицы истинности.

Заметим, что во всех наборах переменная w принимает значение 1, следовательно, ей соответствует второй столбец таблицы.

Заметим, что все переменные принимают единичное значение хотя бы в одном из наборов, следовательно, в третьей строке таблицы в первом столбце стоит 1.

В первом столбце не могут стоять переменные y или z , поскольку они принимают единичные значения в двух наборах, а в первом столбце только одна единица, значит, первый столбец соответствует переменной x . Тогда третья строка соответствует набору (1, 1, 0, 1), в котором единичные значения принимают также переменная y , следовательно, ей соответствует четвертый столбец, а третий столбец соответствует переменной z .

Ответ: $xwzy$

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.5.1 Высказывания, логические операции, кванторы, истинность высказывания](#)

2. Тип 4 № [61350](#)

Все заглавные буквы русского алфавита закодированы неравномерным двоичным кодом, в котором никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это условие обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений. Кодовые слова для некоторых букв известны: И — 0100, Н — 001, Ф — 101, О — 000, Р — 0110, М — 1000, А — 11, Т — 0111, К — 1001. Укажите возможный код минимальной длины для буквы Ю. Если таких кодов несколько, укажите тот из них, который имеет минимальное числовое значение.

Решение. Заметим, что кодовые слова 0 и 1 выбрать нельзя. Также нельзя использовать коды И — 0100, Н — 001, Ф — 101, О — 000, Р — 0110, М — 1000, А — 11, Т — 0111, К — 1001. Остаётся свободным код 0101. Использовать код 0101 для буквы Ю нельзя, поскольку не останется кодовым слов, не нарушающих условие Фано, для других букв алфавита. Следовательно, букву Ю можно закодировать кодовыми словами 01010 и 01011. Минимальное числовое значение имеет код 01010.

Ответ: 01010.

Ответ: 01010

3. Тип 7 № [56507](#)

Интернет-сервис предоставляет возможность скачать музыкальную запись в двух вариантах: A (высокое качество) и B (среднее качество). Оба варианта записаны в формате стерео. Вариант A оцифрован с частотой дискретизации 88 кГц и разрешением 24 бит, вариант B — с частотой дискретизации 44 кГц и разрешением 16 бит. В варианте A использовано сжатие данных без потерь, при этом объём файла уменьшился в 2 раза. В варианте B использовано сжатие с потерями, уменьшающее размер файла в 10 раз. Известно, что размер файла варианта B составляет 10 Мбайт. Определите размер файла для варианта A . В ответе укажите только число — размер файла в Мбайт.

Решение. Заметим, что в варианте A частота дискретизации больше в 2 раза, разрешение больше в 1,5 раза, а сжатие меньше в 5 раз, тогда, получаем, что объём равен $10 \cdot 2 \cdot 1,5 \cdot 5 = 150$ Мбайт.

Ответ: 150.

Ответ: 150

4. Тип 8 № [15795](#) *i*

Все четырёхбуквенные слова, составленные из букв П, А, Р, У, С, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы, начиная с 1. Начало списка выглядит так:

1. АААА
2. АААП
3. АААР
4. АААС
5. АААУ
6. ААПА

...

Под каким номером в списке идёт первое слово, в котором нет буквы А?

Решение. Заменим буквы на цифры следующим образом: А — 0, П — 1, Р — 2, С — 3, У — 4. Получаем список:

1. 0000
2. 0001
3. 0002
4. 0003
5. 0004

6. 0010

...

Для нахождения первого слова, в котором нет буквы А, нужно найти номер ПППП, то есть 1111. Используется пятибуквенный алфавит, значит, нужно найти значение числа 1111_5 в десятичном виде. Им является число 156_{10} , но поскольку номер в списке на единицу больше самого числа, то остаётся добавить к получившемуся числу единицу. Получаем 157.

Ответ: 157.

Приведём другое решение на языке Python.

```
a = {0: "А", 1: "П", 2: "Р", 3: "С", 4: "У"}
k = 0
for i in range(0, len(a)):
    for j in range(0, len(a)):
        for g in range(0, len(a)):
            for m in range(0, len(a)):
                s = a[i] + a[j] + a[g] + a[m]
                k += 1
                if s.count('А') == 0:
                    print(k) # Возьмём первое число, которое выдаст программа
                    break
```

Ответ: 157

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.6.1 Формализация понятия алгоритма](#)

5. Тип 11 № 5205 *i*

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся идентификатор, состоящий из 8 символов, первый и последний из которых — одна из 18 букв, а остальные — цифры (допускается использование 10 десятичных цифр). Каждый такой идентификатор в компьютерной программе записывается минимально возможным и одинаковым целым количеством байт (при этом используют посимвольное кодирование; все цифры кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит, все буквы также кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит).

Определите объём памяти, отводимый этой программой для записи 500 идентификаторов. (Ответ дайте в байтах.)

Решение. Рассмотрим отдельно буквенную и цифровую часть идентификатора.

Согласно условию, в идентификаторе могут быть использованы 18 букв. Известно, что с помощью N бит можно закодировать 2^N различных вариантов. Поскольку $2^4 < 18 < 2^5$, то для записи каждой из 18 букв необходимо 5 бит.

Аналогично для цифр $2^3 < 10 < 2^4$ для записи каждой из 10 цифр необходимо 4 бита.

Для хранения всех 8 символов идентификатора нужно $5 \cdot 2 + 4 \cdot 6 = 34$ бита, а т.к. для записи используется целое число байт, то берём ближайшее не меньшее значение, кратное восьми: это число $40 = 5 \cdot 8$ бит (5 байт).

Тогда 500 идентификаторов занимают $5 \cdot 500 = 2500$ байт.

Ответ: 2500.

Ответ: 2500

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.1.3 Дискретное \(цифровое\) представление различной информации](#)

6. Тип 14 № 48381

Числа M и N записаны в системе счисления с основанием 14 соответственно.

$$M = 8x12x_{14}, N = 8x542_{14}$$

В записи чисел переменной x обозначена неизвестная цифра из алфавита четырнадцатеричной системы счисления. Определите наименьшее значение натурального числа A , при котором существует такой x , что $M + A$ кратно N .

Решение. При помощи цикла *for* будем перебирать числа A и x (в соответствии в заданной системе счисления). Затем переведём числа M и N в десятичную систему счисления. Проверим кратность суммы M и A на N и выведем наименьшее A на экран.

Приведём решение на языке Python.

```

for A in range(1, 1000):
    for x in '0123456789ABCD':
        M = int('8' + x + '12' + x, 14)
        N = int('8' + x + '542', 14)
        if (M + A) % N == 0:
            print(A)
            exit
    
```

Ответ: 801.

Ответ: 801

7. Тип 15 № 14779 i

Сколько существует целых значений числа A , при которых формула

$$((x < 5) \rightarrow (x^2 < A)) \wedge ((y^2 \leq A) \rightarrow (y \leq 5))$$

тождественно истинна при любых целых неотрицательных x и y ?

Решение. Раскрывая импликацию по правилу $A \rightarrow B = \neg A + B$, заменяя логическую сумму совокупностью, а логическое произведение системой соотношений, определим значения параметра A , при котором система совокупностей

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 5, \\ x^2 < A, \\ y^2 > A, \\ y \leq 5 \end{array} \right.$$

будет иметь решениями для любых целых неотрицательных чисел.

Заметим, что переменные не связаны между собой уравнением или неравенством, поэтому необходимо и достаточно, чтобы решениями первой совокупности были все неотрицательные x , а решениями второй совокупности были все неотрицательные y .

Решениями неравенства $x \geq 5$ являются числа 5, 6, 7 ... Чтобы совокупность выполнялась для всех целых неотрицательных чисел, числа 0, 1, 2, ... 4 должны быть решениями неравенства $x^2 < A$. Значит, $A > 16$.

Аналогично, решениями неравенства $y \leq 5$ являются числа 0, 1, ... 5. Следовательно, числа 6, 7, 8 ... должны быть решениями неравенства $y^2 > A$. Поэтому $A < 36$.

Тем самым, $16 < A < 36$. Искомое количество целых значение параметра равно 19.

Ответ: 19.

Приведём другое решение на языке Python.

```

count = 0
for a in range(1, 300):
    k = 0
    for x in range(0, 300):
        for y in range(0, 300):
            if ((x < 5) <= (x**2 < a)) and ((y**2 <= a) <= (y <= 5)):
                k += 1
    if k == 90_000:
        count += 1
print(count)
    
```

Ответ: 19

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.5.1 Высказывания, логические операции, кванторы, истинность высказывания](#)

1. Тип 2 № 16029 *i*

Логическая функция F задаётся выражением $(\neg x \wedge \neg y) \vee (y \equiv z) \vee \neg w$.

Дан частично заполненный фрагмент, содержащий **неповторяющиеся** строки таблицы истинности функции F .

Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных x, y, z, w .

Перем. 1	Перем. 2	Перем. 3	Перем. 4	Функция
???	???	???	???	F
0		0	1	0
	0		1	0
0	1	1		0

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала — буква, соответствующая первому столбцу; затем — буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение $x \rightarrow y$, зависящее от двух переменных x и y , и фрагмент таблицы истинности:

Переменная 1	Переменная 1	Функция
???	???	F
0	1	0

Тогда первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу соответствует переменная x . В ответе нужно написать: yx .

Решение. Рассмотрим данное выражение. Преобразуем логическое выражение $(\neg x \wedge \neg y) \vee (y \equiv z) \vee \neg w$. и получим систему, при которой оно ложно:

$$\begin{cases} x = 1, \\ y = 1, \\ y \neq z, \\ w = 1. \end{cases} (*)$$

Заметим, что четвёртый столбец таблицы истинности это w . Из условия $y \neq z$ следует, что переменные z и y соответствуют первому и второму столбцам таблицы истинности. Следовательно, третьему столбцу таблицы истинности соответствует переменная x .

Ответ: $zuxw$.

Приведем другое решение.

Составим таблицу истинности для выражения $(\neg x \wedge \neg y) \vee (y \equiv z) \vee \neg w$ вручную или при помощи языка Python:

```
print("x y z w")
for x in range(0, 2):
    for y in range(0, 2):
        for z in range(0, 2):
            for w in range(0, 2):
                if not((not x and not y) or (y == z) or not w):
                    print(x, y, z, w)
```

Далее выпишем те наборы переменных, при которых данное выражение равно 1. В наборах переменных запишем в порядке x, y, z, w .

Получим следующие наборы:

- (0, 1, 0, 1),
- (1, 0, 1, 1),
- (1, 1, 0, 1).

Сопоставим эти наборы с приведенным в задании фрагментом таблицы истинности.

Переменная w принимает значения 1 во всех наборах, поэтому ей соответствует четвертый столбец. Переменная z принимает значения 0 в двух наборах, поэтому ей соответствует первый столбец. Заметим, что переменная x принимает значения 1, когда переменная z принимает значения 1, поэтому из второй строки следует, что переменная x не может стоять во втором столбце, так как во второй строчке таблицы второго столбца стоит 0, поэтому переменной x соответствует третий столбец. Следовательно, переменной y соответствует второй столбец.

Ответ: $zyxw$

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.5.1 Высказывания, логические операции, кванторы, истинность высказывания](#)

2. Тип 4 № 60246 *i*

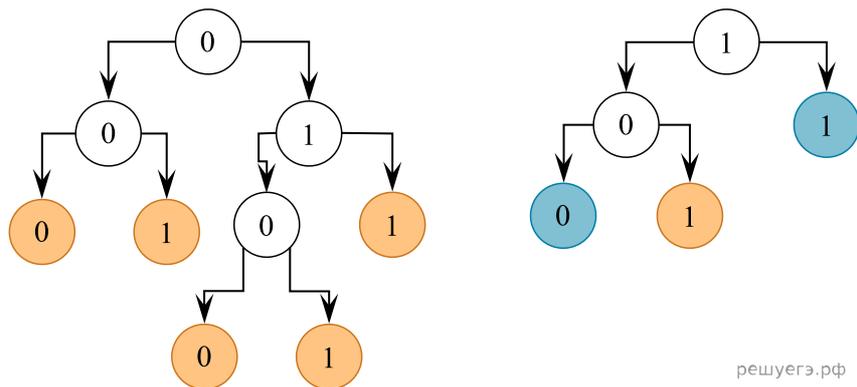
По каналу связи передаются сообщения, содержащие только восемь букв: А, Б, В, Г, Д, Е, Ж и З. Для передачи используется двоичный код, удовлетворяющий прямому условию Фано, согласно которому никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это условие обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений. Кодовые слова для некоторых букв известны: А — 000, Б — 001, В — 0101, Г — 0100, Д — 011, Е — 101. Какое наименьшее количество знаков потребуется для кодирования оставшихся букв?

В ответе запишите суммарную длину кодовых слов для букв: Ж, З.

Решение. Заметим, что для Ж можно использовать код 11. Для З не будет кода, содержащего 2 цифры, но, для З найдётся код, состоящий из 3 цифр, например, 100. Значит, сумма длин кодовых слов для букв Ж и З равна $3 + 2 = 5$.

Ответ: 5.

Приведем решение Виктории Зиберовой.



решуегэ.рф

Ответ: 5

3. Тип 7 № 61387

Аудиопоток кодируется в режиме стерео (2 канала) с частотой дискретизации 32 кГц и передаётся по каналу с пропускной способностью 40 Кбайт/сек. При этом используются методы сжатия, которые позволяют сократить объём передаваемой информации на 68%. С какой максимальной глубиной кодирования можно вести запись?

В ответе укажите только целое число — максимально возможную глубину кодирования в битах.

Решение. Скорость передачи аудиопотока можно найти, разделив объём передаваемого файла на время передачи. Возьмем время передачи за 1 секунду, а глубину кодирования возьмем за x , также учтем, что изначальный объём сократили на 68 %:

$$2 \text{ (стереозапись)} \cdot 32000 \cdot x \cdot (1 - 0,68) = 40 \cdot 1024 \cdot 8 \text{бит/сек.}$$

Вычисляем выражение и получаем максимальной глубиной кодирования — 16 бит.

Ответ: 16.

Ответ: 16

4. Тип 8 № 7667 *i*

Сколько слов длины 5, начинающихся с гласной буквы, можно составить из букв Е, Г, Э? Каждая буква может входить в слово несколько раз. Слова не обязательно должны быть осмысленными словами русского языка.

Решение. На первом месте может стоять две буквы: Е или Э, на остальных — три. Таким образом, можно составить $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 162$ слова.

Ответ: 162.

Приведём другое решение на языке Python.

```
import itertools
alphabet = "ЕЭ"
vol = "ЕЭ"
ar = itertools.product(alphabet, repeat = 5) #Размещение с повторением
ar1 = []
for i in ar:
    ar1.append(list(i))
count = 0
for e in ar1:
    if e[0] in vol:
        count += 1
print(count)
```

Ответ: 162

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.6.1 Формализация понятия алгоритма](#)

5. Тип 11 № 9799 *i*

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только символы из 8-символьного набора: А, В, С, D, E, F, G, H. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт; это число одно и то же для всех пользователей. Для хранения сведений о 20 пользователях потребовалось 300 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе? В ответе запишите только целое число – количество байт.

Решение. Согласно условию, в номере могут быть использованы 8 букв. Известно, что с помощью N бит можно закодировать 2^N различных вариантов. Поскольку $8 = 2^3$, то для записи каждого из 8 символов необходимо 3 бита.

Для хранения всех 15 символов пароля нужно $3 \cdot 15 = 45$ бит, а т.к. для записи используется целое число байт, то берём ближайшее не меньшее значение, кратное восьми, это число $48 = 6 \cdot 8$ бит (6 байт).

Пусть количество памяти, отведенное под дополнительные сведения равно x , тогда:

$$20 \cdot (6+x) = 300$$
$$x = 9$$

Ответ: 9.

Ответ: 9

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.1.3 Дискретное \(цифровое\) представление различной информации](#)

6. Тип 14 № 8104 *i*

Сколько единиц содержится в двоичной записи значения выражения: $4^{16} + 2^{36} - 16$?

Решение. Исходное выражение равно $2^{32} + 2^{36} - 2^4$.

$$2^{32} - 2^4 = 1000\dots(всего 32 нуля)\dots_2 - 10000_2 = 111\dots(всего 28 единиц)\dots_{110000_2}$$

$$2^{36} + 2^{32} - 2^4 = 1000\dots(всего 36 нулей)\dots_2 + 111\dots(всего 28 единиц)\dots_{110000_2} = 10000111\dots(всего$$

28 единиц)\dots_{110000}

Итого 29 единиц.

Приведём другое решение на языке Python.

```
x = 4**16 + 2**36 - 16
s = ''
while x != 0:
    s += str(x % 2)
    x //= 2
s = s[::-1]
print(s.count("1"))
```

Ответ: 29

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.4.1 Позиционные системы счисления](#)

7. Тип 15 № 40990

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [19; 84]$ и $Q = [4; 51]$. Укажите **наименьшую** возможную длину такого отрезка A , для которого формула

$$(x \in P) \rightarrow (\neg(x \in Q) \rightarrow \neg((x \in P) \wedge \neg(x \in A)))$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1 при любом значении переменной x).

Решение. Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Применив преобразование импликации, получаем:

$$P \rightarrow (\neg Q \rightarrow \neg(P \wedge \neg A)) = \neg P \vee Q \vee \neg P \vee A = \neg P \vee Q \vee A.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Условие $\neg P \vee Q$ истинно на множестве $(-\infty, 51] \cup (84, +\infty)$. Тогда A должно быть истинным на множестве $(51; 84]$. Значит, наименьшая возможная длина интервала A равна $84 - 51 = 33$.

Ответ: 33.

Примечание.

О длине отрезка написано в примечании к задаче [11119](#).

Ответ: 33

1. Тип 2 № 59734 *i*

Логическая функция F задаётся выражением:

$$(x \wedge \neg y) \vee (x \equiv z) \vee w,$$

Ниже представлен фрагмент таблицы истинности функции F . Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая переменная w, x, y, z .

???	???	???	???	F
0	0		1	0
0		1		0
	1	1	0	0

Укажите какому столбцу соответствует каждая из переменных.

Решение. Составим таблицу истинности для выражения $(x \wedge \neg y) \vee (x \equiv z) \vee w$, вручную или при помощи языка Python:

```
print("x y z w")
for x in range(0, 2):
    for y in range(0, 2):
        for z in range(0, 2):
            for w in range(0, 2):
                if not((x and not(y)) or (x == z) or w):
                    print(x, y, z, w)
```

Далее выпишем те наборы переменных, при которых данное выражение равно 1. В наборах переменные запишем в порядке x, y, z, w . Получим следующие наборы:

(0, 0, 1, 0),
 (0, 1, 1, 0),
 (1, 1, 0, 0).

Сопоставим эти наборы с приведенным в задании фрагментом таблицы истинности.

Так как только переменная w принимает значение «0» во всех строках, то ей соответствует столбец 1.

Рассмотрим первую и третью строки таблицы истинности. Когда во втором столбце «0», в четвертом «1», и наоборот когда во втором столбце «1», в четвертом «0». Так ведут себя в таблице истинности только переменные x и z . Следовательно, третий столбец это y . Следовательно, в первой строке в третьем столбце стоит «0», так как переменная y дважды принимает значение «1». Тогда первая строка соответствует первому набору, а следовательно, четвертый столбец z . Тогда второй столбец x .

Ответ: wxuz.

Ответ: wxuz

2. Тип 4 № 11106 *i*

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только четыре буквы: А, Б, В, Г; для передачи используется двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для букв А, Б, В используются такие кодовые слова: А — 0; Б — 110; В — 100.

Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы Г, при котором код будет допускать однозначное декодирование. Если таких кодов несколько, укажите код с наименьшим числовым значением.

Примечание. Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений.

Решение. Для того, чтобы сообщение, записанное с помощью неравномерного по длине кода, однозначно декодировалось, требуется, чтобы никакой код не был началом другого (более длинного) кода.

Рассмотрим варианты для буквы Г, начиная с самого короткого.

1) Г=1: код буквы Г является началом кода буквы Б — 110, поэтому этот вариант не подходит.

2) Если код $\Gamma=01$, то условие Фано нарушается, поскольку тогда код буквы А является началом кода буквы Г.

3) Если код $\Gamma=101$, то условие Фано не нарушается. Данное кодовое слово является кратчайшим для буквы Г.

Ответ: 101.

Ответ: 101

Раздел кодификатора ФИПИ:

[1.1 Информация и ее кодирование;](#)

[1.1.2 Процесс передачи информации, источник и приемник информации.](#)

3. Тип 7 № 13355 *i*

Музыкальный фрагмент был оцифрован и записан в виде файла без использования сжатия данных. Получившийся файл был передан в город А по каналу связи за 15 секунд. Затем тот же музыкальный фрагмент был оцифрован повторно с разрешением в 2 раза выше и частотой дискретизации в 1,5 раза меньше, чем в первый раз. Сжатие данных не производилось. Полученный файл был передан в город Б; пропускная способность канала связи с городом Б в 2 раза выше, чем канала связи с городом А. Сколько секунд длилась передача файла в город Б? В ответе запишите только целое число, единицу измерения писать не нужно.

Решение. Объём файла прямо пропорционален разрешению файла и его частоте дискретизации, следовательно, объём файла во втором случае в $2/1,5 = 4/3$ раза больше. Длительность передачи обратно пропорциональна пропускной способности канала связи, откуда получаем, что длительность передачи файла во второй раз равна: $15 \cdot (1/2) \cdot (4/3) = 10$.

Ответ: 10.

Ответ: 10

Раздел кодификатора ФИПИ:

[1.1.4 Скорость передачи информации;](#)

[3.3.1 Форматы графических и звуковых объектов;](#)

[3.3.3 Ввод и обработка звуковых объектов.](#)

4. Тип 8 № 3570 *i*

Все 4-буквенные слова, составленные из букв С, Л, О, Н записаны в алфавитном порядке и пронумерованы.

Вот начало списка:

1. ЛЛЛЛ
2. ЛЛЛН
3. ЛЛЛО
4. ЛЛЛС
5. ЛЛНЛ

.....

Запишите слово, которое стоит под номером 250.

Решение. Заменим буквы Л, Н, О, С на 0, 1, 2, 3 (для них порядок очевиден – по возрастанию).

Выпишем начало списка, заменив буквы на цифры:

1. 0000
2. 0001
3. 0002
4. 0003
5. 0010

...

Полученная запись есть числа, записанные в четверичной системе счисления в порядке возрастания. Тогда на 250 месте будет стоять число 249 (т. к. первое число 0). Переведём число 249 в четверичную систему (деля и снося остаток справа налево):

$$\begin{aligned} 249 / 4 &= 62 \text{ (1)} \\ 62 / 4 &= 15 \text{ (2)} \\ 15 / 4 &= 3 \text{ (3)} \\ 3 / 4 &= 0 \text{ (3)} \end{aligned}$$

В четверичной системе 249 запишется как 3321. Произведём обратную замену и получим ССОН.

Ответ: С С О Н.

Приведём другое решение на языке Python.

```
a = {0: "Л", 1: "Н", 2: "О", 3: "С"}
k = 0
for i in range(0, len(a)):
    for j in range(0, len(a)):
        for g in range(0, len(a)):
            for m in range(0, len(a)):
                k += 1
                if k == 250:
                    print(a[i], a[j], a[g], a[m], end=" ")
```

Ответ: ССОН

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.6.1 Формализация понятия алгоритма](#)

5. Тип 11 № 59689 

При регистрации в компьютерной системе каждому объекту присваивается идентификатор, состоящий из 105 символов и содержащий только десятичные цифры и символы из 1500-символьного специального алфавита. В базе данных для хранения сведений о каждом идентификаторе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байт. При этом используется посимвольное кодирование идентификаторов, все символы кодируются одинаковым и минимально возможным количеством бит.

Определите объём памяти (в Кбайт), необходимый для хранения сведений о 16 384 объектах. В ответе запишите только целое число — количество Кбайт.

Решение. Заметим, что k бит позволяют кодировать 2^k символов.

Для кодирования идентификатора, использующей десятичные цифры и 1500-символьный алфавит, требуется 11 бит (ведь $2^{11} = 2048$).

Для хранения 105 символов требуется

$$105 \cdot 11 = 1155 \text{ бит} = 145 \text{ байт.}$$

Для хранения данных о 16 384 объектах потребовалось

$$16384 \cdot \frac{145}{1024} = 2320 \text{ Кбайт.}$$

Ответ: 2320.

Ответ: 2320

6. Тип 14 № 48379

Числа M и N записаны в системе счисления с основанием 9 соответственно.

$$M = 842x5_9, N = 8x725_9$$

В записи чисел переменной x обозначена неизвестная цифра из алфавита девятеричной системы счисления. Определите наименьшее значение натурального числа A , при котором существует такой x , что $M + A$ кратно N .

Решение. При помощи цикла *for* будем перебирать числа A и x (в соответствии в заданной системой счисления). Затем переведём числа M и N в десятичную систему счисления. Проверим кратность суммы M и A на N и выведем наименьшее A на экран.

Приведём решение на языке Python.

```
for A in range(1, 1000):
    for x in '012345678':
        M = int('842' + x + '5', 9)
        N = int('8' + x + '725', 9)
        if (M + A) % N == 0:
            print(A)
            break
```

Ответ: 387.

Ответ: 387

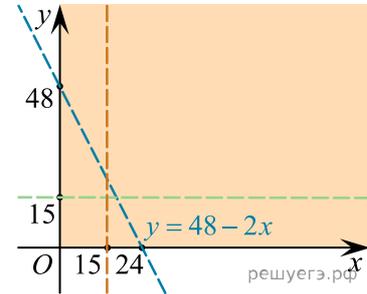
7. Тип 15 № 16045 *i*

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(y + 2x \neq 48) \vee (A < x) \vee (A < y)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

Решение. Решим задачу графически. Условие $(y + 2x \neq 48)$ задаёт множество, отмеченное на рисунке закрашенной областью. Чтобы исходное выражение было тождественно истинно для любых целых и неотрицательных x и y , прямые $x = A$ и $y = A$ должны образовывать прямой угол на прямой $y = 48 - 2x$, вершина которого лежит ниже прямой $y = 48 - 2x$. Следовательно, они должны образовывать прямой угол, пересекаясь в точке $(15, 15)$. Таким образом, наибольшее значение A равняется 15.



Ответ: 15.

Приведём другое решение на языке Python.

```
for a in range(300, 0, -1):
    k = 0
    for x in range(0, 300):
        for y in range(0, 300):
            if (y + 2*x != 48) or (a < x) or (a < y):
                k += 1
    if k == 90_000:
        print(a)
        break
```

Ответ: 15

Раздел кодификатора ФИПИ: 1.5.1 Высказывания, логические операции, кванторы, истинность высказывания

1. Тип 2 № 56530

Логическая функция F задаётся выражением:

$$((w \rightarrow x) \vee (y \rightarrow z)) \wedge ((x \equiv y) \rightarrow (w \equiv z)).$$

Дан частично заполненный фрагмент, содержащий неповторяющиеся строки таблицы истинности функции F .

Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

Переменная 1 ???	Переменная 2 ???	Переменная 3 ???	Переменная 4 ???	Функция F
	0	1		0
0	0	1	1	0
	0	1		0

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение $x \rightarrow y$, зависящее от двух переменных x и y , и фрагмент таблицы истинности:

Переменная 1 ???	Переменная 2 ???	Функция F
0	1	0

Тогда первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу соответствует переменная x . В ответе нужно написать: yx .

Решение. Составим таблицу истинности для выражения $((w \rightarrow x) \vee (y \rightarrow z)) \wedge ((x \equiv y) \rightarrow (w \equiv z))$ вручную или при помощи языка Python:

```
print("x y z w")
for x in range(0, 2):
    for y in range(0, 2):
        for z in range(0, 2):
            for w in range(0, 2):
                if (((w<x) or (y<=z)) and ((x==y)<=(w==z)))==0:
                    print(x, y, z, w)
```

Далее выпишем те наборы переменных, при которых данное выражение равно 1. В наборах переменные запишем в порядке x, y, z, w . Получим следующие наборы:

(0, 0, 0, 1),
 (0, 0, 1, 0),
 (0, 1, 0, 1),
 (1, 1, 0, 1),
 (1, 1, 1, 0).

Сопоставим эти наборы с приведенным в задании фрагментом таблицы истинности.

Заметим, что каждый раз, когда переменная 3 принимает значение «1», переменная 2 принимает значение «0», значит, второму столбцу соответствует переменная z , а третьему столбцу соответствует переменная w . Рассмотрим вторую строку: $w = 1, z = 0$, одна неизвестная переменная принимает значение «1», а вторая — «0», такое возможно лишь в одном случае (0, 1, 0, 1), то есть первому столбцу соответствует переменная x , а четвертому — переменная y .

Ответ: $xzwy$.

Ответ: $xzwy$

2. Тип 4 № 64889

Все заглавные буквы русского алфавита закодированы неравномерным двоичным кодом, в котором никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это условие обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений. Кодовые слова для некоторых букв известны: Г — 11, И — 000, К — 1011, Р — 001. Известно также, что код слова ГРАММАТИКА содержит 29 двоичных знаков. Укажите возможный код минимальной длины для буквы М. Если таких кодов несколько, укажите тот из них, который имеет **минимальное** числовое значение.

Решение. Заметим, что кодовые слова 0 и 1 выбрать нельзя. Остаются свободными коды длиной два двоичных знака (01 и 10), длиной три двоичных знака (010, 011 и 100). Известны кодовые слова для букв Г — 11, И — 000, К — 1011, Р — 001. В слове ГРАММАТИКА они встречаются по одному разу и занимают 12 двоичных знаков. Следовательно, под буквы А, Т и М остаются 17 двоичных знаков (так как все слово длиной 29 знаков).

Составим выражение: $3 \cdot A + 2 \cdot M + T = 17$.

Такое выражение возможно в двух случаях:

1) М код 10, А код 100 и Т код 1010. Такой способ кодирования использовать нельзя, так как не останется свободных кодов для других букв алфавита (по условию задачи кодируют все буквы русского алфавита)

2) А код 01, М код 100 и Т код 10100 или 10101. Такой способ кодирования возможен и буква М имеет двоичный код 100.

Ответ: 100.

Ответ: 100

3. Тип 7 № 61387

Аудиопоток кодируется в режиме стерео (2 канала) с частотой дискретизации 32 кГц и передаётся по каналу с пропускной способностью 40 Кбайт/сек. При этом используются методы сжатия, которые позволяют сократить объём передаваемой информации на 68%. С какой максимальной глубиной кодирования можно вести запись?

В ответе укажите только целое число — максимально возможную глубину кодирования в битах.

Решение. Скорость передачи аудиопотока можно найти, разделив объём передаваемого файла на время передачи. Возьмем время передачи за 1 секунду, а глубину кодирования возьмем за x , также учтем, что изначальный объём сократили на 68 %:

$$2 \text{ (стереозапись)} \cdot 32000 \cdot x \cdot (1 - 0,68) = 40 \cdot 1024 \cdot 8 \text{бит/сек.}$$

Вычисляем выражение и получаем максимальной глубиной кодирования — 16 бит.

Ответ: 16.

Ответ: 16

4. Тип 8 № 7457 ⁱ

Все 4-буквенные слова, составленные из букв К, Л, Р, Т, записаны в алфавитном порядке и пронумерованы.

Вот начало списка:

1. КККК
2. КККЛ
3. КККР
4. КККТ

.....

Запишите слово, которое стоит под номером 67.

Решение. Заменим буквы К, Л, Р, Т на 0, 1, 2, 3.

Выпишем начало списка, заменив буквы на цифры:

1. 0000
2. 0001
3. 0002
4. 0003

...

Полученная запись есть числа, записанные в четверичной системе счисления в порядке возрастания. Тогда на 67 месте будет стоять число 66 (т.к. первое число 0). Переведём число 66 в четверичную систему:

$$66_{10} = 1 \cdot 4^3 + 0 \cdot 4^2 + 0 \cdot 4^1 + 2 = 1002_4.$$

В четверичной системе 66 запишется как 1002. Произведём обратную замену и получим ЛККР.

Ответ: ЛККР.

Приведём другое решение на языке Python.

```
a = {0: "К", 1: "Л", 2: "Р", 3: "Т"}
k = 0
for i in range(0, len(a)):
    for j in range(0, len(a)):
        for g in range(0, len(a)):
            for m in range(0, len(a)):
                k += 1
                if k == 67:
                    print(a[i], a[j], a[g], a[m], end=" ")
```

Приведём решение Владимира Артамонова на языке Python.

```
from itertools import product
words = list(product('КЛРТ', repeat=4))
print(*words[66])
```

Ответ: ЛККР

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.6.1 Формализация понятия алгоритма](#)

5. Тип 11 № 13543

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 20 символов и содержащий только заглавные буквы латинского алфавита — всего 26 возможных символов. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое и минимально возможное целое число байтов. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым и минимально возможным количеством битов. Кроме собственно пароля, для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байтов; это число одно и то же для всех пользователей. Для хранения сведений о 25 пользователях потребовалось 500 байт. Сколько байтов выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе? В ответе запишите только целое число — количество байтов.

Решение. Согласно условию, в номере могут быть использованы 26 символов. Известно, что с помощью N бит можно закодировать 2^N различных вариантов. Так как $32 = 2^5$, то для записи каждого из 26 символов необходимо 5 бит.

Всего 20 символов, значит, пароль занимает $20 \cdot 5 = 100$ бит. Ближайшее число байт, покрывающее это число бит — 13 (т.к. $104 \text{ бит} = 13 \text{ байт}$). Пусть количество памяти, отведенное под дополнительные сведения равно x , тогда:

$$\begin{aligned} 25 \cdot (x+13) &= 500 \\ x + 13 &= 20 \\ x &= 7. \end{aligned}$$

Ответ: 7.

Ответ: 7

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.1.3 Дискретное \(цифровое\) представление различной информации](#)

6. Тип 14 № 27242

Значение арифметического выражения: $49^6 + 7^{19} - 21$ — записали в системе счисления с основанием 7. Сколько цифр «0» содержится в этой записи?

Решение. Последовательно будем преобразовывать данное выражение: $49^6 + 7^{19} - 21 = 7^{12} + 7^{19} - 7 \cdot 3$.

Это вычитание $7^{12} - 7 \cdot 3$ в системе счисления с основанием 7 будет выглядеть как десять шестёрок, четвёрка и один ноль. А 7^{19} как одна единица и 19 нулей. Окончательно число будет выглядеть как единица, семь нулей, десять шестёрок, четвёрка и один ноль.

Таким образом, всего восемь нулей.

Ответ: 8.

Приведём другое решение на языке Python.

```
x = 49 ** 6 + 7 ** 19 - 21
s = ''
while x != 0:
    s += str(x % 7)
    x //= 7
s = s[::-1]
print(s.count("0"))
```

Ответ: 8

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.4.1 Позиционные системы счисления](#)

7. Тип 15 № 34540 *i*

На числовой прямой даны два отрезка: $P = [12, 62]$ и $Q = [52, 92]$. Какова наименьшая возможная длина интервала A , что логическое выражение

$$\neg(\neg(x \in A) \wedge (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

Решение. Введем обозначения:

$$(x \in A) \equiv A; (x \in P) \equiv P; (x \in Q) \equiv Q.$$

Преобразовав, получаем:

$$\neg(\neg A \wedge P) \vee Q = A \vee \neg P \vee Q.$$

Логическое ИЛИ истинно, если истинно хотя бы одно утверждение. Условию $\neg P \vee Q = 1$ удовлетворяют лучи $(-\infty; 12)$ и $[52; +\infty)$. Поскольку выражение $A \vee \neg P \vee Q$ должно быть тождественно истинным, выражение A должно быть истинно на отрезке $[12, 52)$. Значит, наименьшая возможная длина интервала A равна $52 - 12 = 40$.

Ответ: 40.

Приведём другое решение задачи на языке Python.

```
p=range(12, 63)
q=range(52, 93)
amin=100
for a1 in range(1, 100):
    for a2 in range(a1, 100):
        Flag=True
        A=range(a1, a2)
        for x in range(100):
            if not( (x in A) or (not(x in p))) or (x in q)):
                Flag=False
                break
        if Flag:
            if amin>a2-a1:
                amin=a2-a1
print(amin)
```

Примечание.

О длине отрезка написано в примечании к задаче [11119](#).

Ответ: 40

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.5.1 Высказывания, логические операции, кванторы, истинность высказывания](#)

1. Тип 2 № 64887

Логическая функция F задаётся выражением:

$$((x \equiv y) \rightarrow (\neg z \vee w)) \equiv \neg ((w \rightarrow x) \vee (y \rightarrow z)).$$

Дан частично заполненный фрагмент, содержащий неповторяющиеся строки таблицы истинности функции F .

???	???	???	???	F
0	1			1
		1	0	1
0		0	0	1

Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала буква, соответствующая первому столбцу; затем буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть заданы выражение $x \rightarrow y$, зависящее от двух переменных x и y , и фрагмент таблицы истинности.

???	???	F
0	1	0

Тогда первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу соответствует переменная x . В ответе нужно написать: yx .

Решение. Составим таблицу истинности для выражения

$$((x \equiv y) \rightarrow (\neg z \vee w)) \equiv \neg ((w \rightarrow x) \vee (y \rightarrow z)).$$

вручную или при помощи языка Python:

```
print("x y z w")
for x in range(0, 2):
    for y in range(0, 2):
        for z in range(0, 2):
            for w in range(0, 2):
                if ((x==y) <= (not(z) or w)) == (not(( w <= x) or (y <= z))):
                    print(x, y, z, w)
```

Далее выпишем те наборы переменных, при которых данное выражение равно 1. В наборах переменные запишем в порядке x, y, z, w .

Получим следующие наборы:

(0, 0, 1, 0),
 (0, 1, 0, 1),
 (1, 1, 1, 0).

Сопоставим эти наборы с приведенным в задании фрагментом таблицы истинности.

Третьей строке может соответствовать только набор (0, 0, 1, 0), тогда второй столбец соответствует переменной z .

Рассмотрим вторую строку таблицы. Так как второй столбец это z , то во втором столбце стоит 0, тогда строка соответствует набору (0, 1, 0, 1). Второй 0 в этом наборе соответствует переменной x , тогда четвертый столбец это x .

Рассмотрим первую строку таблицы. Она может соответствовать набору (1, 1, 1, 0). Так как второй столбец это z и он равен 1. Тогда w это 0 и соответствует первому столбцу, а y третьему столбцу.

Ответ: $wzyx$.

Ответ: $wzyx$

2. Тип 4 № 63020

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только буквы, входящие в слово ИНФОРМАТИКА. Для передачи используется неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано: никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это условие обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений. Кодовые слова для некоторых букв известны: Ф — 010, Р — 011, М — 101, Т — 1101, К — 111.

Какое **наименьшее** число двоичных знаков может содержать код слова ИНФОРМАТИКА?

Решение. Заметим, что кодовые слова 0 и 1 выбрать нельзя. Также нельзя использовать коды Ф — 010, Р — 011, М — 101, Т — 1101, К — 111. Остаётся свободным коды: 00, 100, 1100. Для буквы И возьмем код 000, для буквы А код 001, для буквы О код 100, для буквы Н код 1100.

Тогда наименьшее число двоичных знаков которое может содержать код слова ИНФОРМАТИКА равно:

$$3 + 4 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 4 + 3 + 3 + 3 = 35.$$

Заметим, что если брать код 00 для буквы И или А, то для двух букв понадобится брать кодовые слова длиной 5, и тогда все слово будет кодироваться кодом длиной 36 символов.

Ответ: 35.

Ответ: 35

3. Тип 7 № 55803 *i*

Голосовое сообщение, записанное в стерео формате, передается со скоростью 64 000 бит/с. Файл был записан с такими параметрами: глубина кодирования — 24 бит на отсчет, частота дискретизации — 16 000 отсчетов в секунду, время записи — 90 с. Сколько секунд будет передаваться голосовое сообщение?

Решение. Время передачи голосовой записи можно найти, разделив объем передаваемого файла на скорость передачи:

$$\frac{2 \text{ (стереозапись)} \cdot 24 \cdot 16000 \cdot 90}{64000}.$$

Вычисляем выражение и получаем скорость передачи голосового сообщения — 1080.

Ответ: 1080.

Ответ: 1080

4. Тип 8 № 13406 *i*

Ольга составляет таблицу кодовых слов для передачи сообщений, каждому сообщению соответствует своё кодовое слово. В качестве кодовых слов Ольга использует 4-буквенные слова, в которых есть только буквы А, В, С, D, X, Y, Z. При этом первая буква кодового слова — это буква X, Y или Z, а далее в кодовом слове буквы X, Y и Z не встречаются. Сколько различных кодовых слов может использовать Ольга?

Решение. Существует 3 варианта буквы на первую позицию и по 4 варианта буквы на вторую, третью и четвертую позиции: $3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 192$.

Ответ: 192.

Приведём другое решение на языке Python.

```
import itertools
alphabet = "ABCDXYZ"
s = 'XYZ'
ar = itertools.product(alphabet, repeat=4) #Размещение с повторением
ar1 = []
for i in ar:
    ar1.append(list(i))
count = 0
for e in ar1:
    if e[0] in s and e[1] not in s and e[2] not in s and e[3] not in s:
        count += 1
print(count)
```

Приведём другое решение на языке Python.

```
n = 0
for x in 'XYZ':
    for y in 'ABCD':
        for z in 'ABCD':
            for w in 'ABCD':
                s = x + y + z + w
                n+=1
print(n)
```

Приведём решение Ильи Крылова на языке Python.

```
from itertools import product
counter = 0
for i in product("ABCDXYZ", repeat=4):
    if(i[0] in "XYZ") and (i.count("X") + i.count("Y") + i.count("Z") == 1):
        counter+=1
print(counter)
```

Ответ: 192

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.6.1 Формализация понятия алгоритма](#)

5. Тип 11 № 14774 *i*

При регистрации в компьютерной системе для каждого пользователя формируется индивидуальный идентификатор, состоящий из 15 символов.

Для построения идентификатора используют только латинские буквы (26 заглавных и 26 строчных букв). В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое минимально возможное целое число байтов. При этом используют посимвольное кодирование идентификаторов, все символы кодируют одинаковым минимально возможным количеством бит. Кроме идентификатора для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено 23 байта на каждого пользователя.

Сколько байт нужно для хранения сведений о 20 пользователях? В ответе запишите только целое число – количество байт.

Решение. Согласно условию, в идентификаторе может быть использовано $26 * 2 = 52$ символа. Известно, что с помощью N бит можно закодировать 2^N различных вариантов. Поскольку $2^6 = 64$, то для каждого символа идентификатора нужно 6 бит. Длина идентификатора 15, следовательно, под один идентификатор необходимо отвести $15 * 6 = 90$ бит = 11,25 байт. Поскольку для хранения используется минимально возможное целое количество байт, под один идентификатор отводится 12 байт.

Для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для этого выделено 23 байт. В сумме получаем $12 + 23 = 35$ байт. Пользователей 20, следовательно, $35 * 20 = 700$ байт.

Примечание. Округление происходит до ближайшего следующего целого числа, а не по математическим правилам. Так как, если округлим до 34 байт, то не сможем записывать все необходимые данные.

Ответ: 700.

Ответ: 700

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.1.3 Дискретное \(цифровое\) представление различной информации](#)

6. Тип 14 № 58522

В системе счисления с основанием p выполняется равенство $32 \cdot 14 = xy2$. Буквами x и y обозначены некоторые цифры из алфавита системы счисления с основанием p . Определите значение числа yx_p и запишите это значение в десятичной системе счисления.

Решение. Приведём решение данной задачи на языке Python.

```
for p in range(100):
    for x in range(p):
        for y in range(p):
            s = (3 * p + 2) * (p + 4)
            r = x * p ** 2 + y * p + 2
            if s == r:
                print(y * p + x)
```

Ответ: 23.

Ответ: 23

7. Тип 15 № 33485 

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(120, A) \wedge (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 18) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 24)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Решение. Рассмотрим такие x , при которых скобка $(\text{ДЕЛ}(x, 18) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 24))$ будет ложной. Это x , которые одновременно делятся без остатка на 18 и на 24. Наименьшее общее кратное этих чисел равно 72.

Следовательно, для $x = 72$ выражение $\neg \text{ДЕЛ}(x, A)$ должно быть ложным, то есть число 72 должно делиться на A , также на A должно делиться число 120. Наибольшим таким A является число 24. Это и будет ответ.

Ответ: 24.

Приведём другое решение на языке Python.

```
for A in range(100, 0, -1):
    k = 0
    for x in range(1, 1000):
        if (120 % A == 0) and ((x % A != 0) <= ((x % 18 == 0) <= (x % 24 != 0))):
            k += 1
    if k == 999:
        print(A)
        break
```

Ответ: 24

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.5.1 Высказывания, логические операции, кванторы, истинность высказывания](#)

1. Тип 2 № 52173

Логическая функция F задаётся выражением: $(z \equiv \neg x) \rightarrow ((w \rightarrow \neg y) \wedge (y \rightarrow x))$. Дан частично заполненный фрагмент, содержащий **неповторяющиеся** строки таблицы истинности функции F .

Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных x, y, z, w .

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	???	???	???	F
1	1	1	0	1
		0	0	0
	0			0

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала — буква, соответствующая первому столбцу; затем — буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение $x \rightarrow y$, зависящее от двух переменных x и y , и фрагмент таблицы истинности:

Переменная 1	Переменная 2	Функция
???	???	F
0	1	0

Тогда первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу соответствует переменная x . В ответе нужно написать: yx .

Решение. Составим таблицу истинности для выражения $(z \equiv \neg x) \rightarrow ((w \rightarrow \neg y) \wedge (y \rightarrow x))$ вручную или при помощи языка Python:

```
print("x y z w")
for x in range(0, 2):
    for y in range(0, 2):
        for z in range(0, 2):
            for w in range(0, 2):
                if not(z == (not x)) <= ((w <= (not y)) and (y <= x)):
                    print(x, y, z, w)
```

Далее выпишем те наборы переменных, при которых данное выражение равно 0. В наборах переменные запишем в порядке x, y, z, w . Получим следующие наборы:

(0, 1, 1, 0),
 (0, 1, 1, 1),
 (1, 1, 0, 1).

Сопоставим эти наборы с приведенным в задании фрагментом таблицы истинности.

Рассмотрим вторую и третью строки таблицы истинности. Заметим, что вторая строка таблицы может соответствовать только первому набору. В третьей строке все незаполненные ячейки содержат «1». Так как вторая строка соответствует первому набору, то первые две переменные могут быть или z или y . Так как переменная y может принимать только значение «1», а в третьей строке таблицы у второй переменной стоит «0», следовательно, переменная y соответствует первому столбцу, а переменная z второму столбцу.

Составим таблицу истинности для выражения $(z \equiv \neg x) \rightarrow ((w \rightarrow \neg y) \wedge (y \rightarrow x))$ вручную или при помощи языка Python:

```
print("x y z w")
for x in range(0, 2):
    for y in range(0, 2):
        for z in range(0, 2):
            for w in range(0, 2):
                if not(z == (not x)) <= ((w <= (not y)) and (y <= x)):
                    print(x, y, z, w)
```

Далее выпишем те наборы переменных, при которых данное выражение равно 1 и три переменные принимают значение «1» (Так как первая строка таблицы истинности содержит три «1» и один «0»). В наборах переменные запишем в порядке x, y, z, w . Получим следующие наборы:

(1, 0, 1, 1),
(1, 1, 1, 0).

Заметим, что в переменная y может принимать значения только «1», тогда первой строке таблицы соответствует второй набор.

Так как переменная x принимает значение «1», то ей соответствует третий столбец таблицы истинности, тогда четвертый столбец соответствует переменной w .

Ответ: $yzxw$.

Ответ: $yzxw$

2. Тип 4 № 18707 *i*

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только десять букв: А, Б, В, Г, Д, Е, И, К, Л, М. Для передачи используется двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Кодовые слова для некоторых букв известны:

Буква	Кодовое слово	Буква	Кодовое слово
А	00	Е	011
Б	010	И	1010
В	111	К	1001
Г	1100	Л	
Д	1011	М	1000

Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы Л. Если таких кодов несколько, укажите код с наименьшим числовым значением.

Примечание. Условие Фано означает, что ни одно кодовое слово не является началом другого кодового слова.

Решение. Перечислим возможные коды (не использующиеся для кодировки других букв) в порядке возрастания длины и числового значения.

0 — нельзя, А, Б и Е начинаются с 0.

1 — нельзя, В, Г, Д, И, К и М начинаются с 1.

00 — нельзя из-за А.

01 — нельзя из-за Б и Е.

10 — нельзя из-за Д, И, К и М.

11 — нельзя из-за В и Г.

000 — нельзя из-за А.

001 — нельзя из-за А.

010 — нельзя из-за Б.

011 — нельзя из-за Е.

100 — нельзя из-за М и К.

101 — нельзя из-за Д и И.

110 — нельзя из-за Г.

111 — нельзя из-за В.

0000 — нельзя из-за А.

0001 — нельзя из-за А.

0010 — нельзя из-за А.

0011 — нельзя из-за А.

0100 — нельзя из-за Б.

0101 — нельзя из-за Б.

0110 — нельзя из-за Е.

0111 — нельзя из-за Е.

1000 — нельзя из-за М.

1001 — нельзя из-за К.

1010 — нельзя из-за И.

1011 — нельзя из-за Д.

1100 — нельзя из-за Г.

1101 — можно использовать.

1110 — нельзя из-за В.

1111 — нельзя из-за В.

Таким образом, кодовым словом для буквы Л, удовлетворяющим условию Фано, является 1101.

Ответ: 1101.

Ответ: 1101

Раздел кодификатора ФИПИ:

[1.1 Информация и ее кодирование;](#)

[1.1.2 Процесс передачи информации, источник и приемник информации.](#)

3. Тип 7 № **48428**

Музыкальный фрагмент был записан в формате стерео (двухканальная запись), оцифрован с частотой дискретизации 44 кГц и разрешением 16 бит и сохранён без использования сжатия данных. Получился файл размером 120 Мбайт. Затем тот же фрагмент был записан в формате квадро (четырёхканальная запись) с частотой дискретизации 88 кГц и тоже сохранён без сжатия, при этом получился файл размером 720 Мбайт. С каким разрешением проводилась вторая запись? В ответе укажите целое число — разрешение в битах, единицу измерения писать не нужно.

Решение. Обозначим за x разрешение второй записи, и найдем разницу между двумя записями:

$$\frac{2 \cdot 44000 \cdot 16 \cdot t}{4 \cdot 88000 \cdot x \cdot t} = \frac{120}{720}.$$

Преобразовав выражение получим: $\frac{4}{x} = \frac{1}{6}$. Вычисляем чему равен x — 24.

Ответ: 24.

Ответ: 24

4. Тип 8 № **16813** *i*

Левий составляет 5-буквенные коды из букв Л, Е, В, И, Й. Каждую букву нужно использовать ровно 1 раз, при этом код не может начинаться с буквы Й и не может содержать сочетания ЕИ. Сколько различных кодов может составить Левий?

Решение. Сначала найдём общее количество возможных слов. Поскольку на первое место можно поставить любую букву, кроме Й, общее количество возможных слов равняется $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 96$. Теперь определим, сколько слов содержат сочетание ЕИ. Пусть слово начинается с ЕИ, тогда количество вариантов равняется $1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$. Пусть ЕИ это вторая и третья буквы слова, тогда количество вариантов равняется $2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 = 4$. Пусть ЕИ это третья и четвёртая буквы слова, тогда количество вариантов равняется $2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 4$. В случае, когда ЕИ это четвёртая и пятая буквы слова, количество вариантов равняется $2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 4$. Таким образом, количество кодов, которые может составить Левий, равняется $96 - 6 - 4 - 4 - 4 = 78$.

Ответ: 78.

Приведём другое решение на языке Python.

```
import itertools
alphabet = "ЛЕВИЙ"
ar = itertools.permutations(alphabet) #Перестановка
ar1 = []
for i in ar:
    ar1.append(list(i))
count = 0
for e in ar1:
    flag = True
    for i in range(len(e) - 1):
        if e[0] == 'Й' or (e[i] == 'Е' and e[i + 1] == 'И'):
            flag = False
    if flag == True: count += 1
print(count)
```

Ответ: 78

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.6.1 Формализация понятия алгоритма](#)

5. Тип 11 № 17331 *i*

Каждый сотрудник предприятия получает электронный пропуск, на котором записаны личный код сотрудника, код подразделения и некоторая дополнительная информация. Личный код состоит из 18 букв. Для формирования кодов используется 15 различных букв, каждая из которых может быть заглавной или строчной. Для записи кода на пропуске отведено минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование, все символы кодируют одинаковым минимально возможным количеством бит. Код подразделения — целое трёхзначное число, он записан на пропуске как двоичное число и занимает минимально возможное целое число байт. Всего на пропуске хранится 30 байт данных. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном сотруднике? В ответе запишите только целое число — количество байт.

Решение. k бит позволяют кодировать 2^k символов, поэтому для кодирования 30-символьного алфавита требуется 5 бит (ведь $2^5 = 32 \geq 30$). Для хранения 18 символов требуется $18 \cdot 5 = 90$ бит. Минимальное количество байт, вмещающее в себя 90 бит — 12 байт (96 бит).

Код подразделения можно закодировать 2 байтами, поскольку в 1 байт помещаются только числа от 0 до 255, а в 2 байта — числа от 0 до $2^{16} - 1$, то есть для записи любого трёхзначного числа достаточно двух байтов.

Для хранения данных об одном сотруднике требуется 30 байт данных. Из них 12 байт отводится на хранение личного кода, ещё 2 байта требуется для хранения номера подразделения. Следовательно, для хранения дополнительных сведений о сотруднике отводится 16 байт.

Ответ: 16.

Ответ: 16

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.1.3 Дискретное \(цифровое\) представление различной информации](#)

6. Тип 14 № 48462

В выражении $2x\text{BAD}_{16} + 3CxFE_{16}$ x обозначает некоторую цифру из алфавита шестнадцатеричной системы счисления. Определите наименьшее значение x , при котором значение данного выражения кратно 15. Для найденного x вычислите частное от деления данного выражения на 15 и запишите его в ответе в десятичной системе счисления.

Решение. Приведём решение данной задачи на языке Python.

```
result_search = []
for x in '0123456789ABCDEF':
    t = int('2' + x + 'BAD', 16) + int('3C' + x + 'FE', 16)
    if t % 15 == 0:
        result_search.append(t)
if result_search:
    print(min(result_search) // 15)
```

Ответ: 26789.

Ответ: 26789

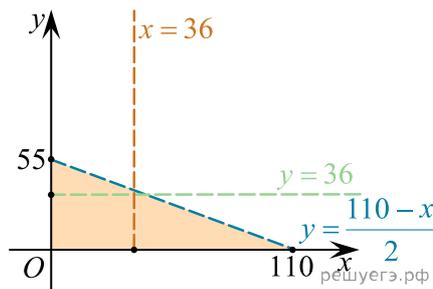
7. Тип 15 № 26990 *i*

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(x > A) \vee (y > A) \vee (2y + x < 110)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных x и y ?

Решение. Решим задачу графически. Условие $(2y + x < 110)$ задает множество, отмеченное на рисунке закрашенной областью. Чтобы исходное выражение было тождественно истинно для любых целых и неотрицательных x и y , прямые $x = A$ и $y = A$ должны пересекаться ниже незакрашенной области. Следовательно, они должны проходить через точку $(36, 36)$. Таким образом, наибольшее целое неотрицательное A равно 36.



Ответ: 36.

Приведём другое решение на языке Python.

```
for A in range(300, -1, -1):
    k = 0
    for x in range(300):
```

```
for y in range(300):  
    if (x > A) or (y > A) or (2 * y + x < 110):  
        k += 1  
if k == 90_000:  
    print(A)  
    break
```

Ответ: 36

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.5.1 Высказывания, логические операции, кванторы, истинность высказывания](#)

1. Тип 2 № 48450

Логическая функция F задаётся выражением: $(w \rightarrow (y \equiv z)) \wedge (y \equiv (z \rightarrow x))$. Дан частично заполненный фрагмент, содержащий неповторяющиеся строки таблицы истинности функции F .

Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных x, y, z, w .

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	???	???	???	F
	0	0	0	1
0		1	1	1
0	0	0	1	0

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала — буква, соответствующая первому столбцу; затем — буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение $x \rightarrow y$, зависящее от двух переменных x и y , и фрагмент таблицы истинности:

Переменная 1	Переменная 2	Функция
???	???	F
0	1	0

Тогда первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу соответствует переменная x . В ответе нужно написать: yx .

Решение. Составим таблицу истинности для выражения $(w \rightarrow (y \equiv z)) \wedge (y \equiv (z \rightarrow x))$. вручную или при помощи языка Python для строк, когда функция F равна 1:

```
print("x y z w")
for x in range(0, 2):
    for y in range(0, 2):
        for z in range(0, 2):
            for w in range(0, 2):
                if (w <= (y == z)) and (y == (z <= x)):
                    print(x, y, z, w)
```

Далее выпишем те наборы переменных, при которых данное выражение равно 1. В наборах переменные запишем в порядке x, y, z, w . Получим следующие наборы:

(0, 0, 1, 0),
 (0, 1, 0, 0),
 (1, 1, 0, 0),
 (1, 1, 1, 0),
 (1, 1, 1, 1).

Сопоставим эти наборы с приведенным в задании фрагментом таблицы истинности.

Рассмотрим первую и вторую строку таблицы. В первой строке переменная 1 может быть только «1», так как не существует набора только из «0». Тогда во второй строке переменная 2 может быть только «0», так как если будет стоять «1», то первый столбец должен соответствовать переменной w , которая не принимает значений «1» ни в одной из строк, а в нашей таблице есть «1» в первой строке. Можно сделать вывод, что переменная 2 это w , так как только эта переменная принимает все значения «0».

Составим таблицу истинности для выражения $(w \rightarrow (y \equiv z)) \wedge (y \equiv (z \rightarrow x))$. вручную или при помощи языка Python для строк, когда функция F равна 0:

```
print("x y z w")
for x in range(0, 2):
    for y in range(0, 2):
        for z in range(0, 2):
            for w in range(0, 2):
                if not((w <= (y == z)) and (y == (z <= x))):
                    print(x, y, z, w)
```

Далее выпишем те наборы переменных, при которых три переменных равны «0» и одна переменная равна «1».

В наборах переменные запишем в порядке x, y, z, w . Получим следующие наборы:

(0, 0, 0, 1),
(1, 0, 0, 0).

Рассмотрим третью строки таблицы истинности. Переменная 4 может быть только x или w , так как y это вторая переменная, то переменная 4 это — x .

Вернемся к второй строке и первому набору. Переменной 1 соответствует z , а переменной 3 соответствует y . Следовательно, ответ: $zwux$.

Ответ: $zwux$.

Ответ: $zwux$

2. Тип 4 № 61350

Все заглавные буквы русского алфавита закодированы неравномерным двоичным кодом, в котором никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это условие обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений. Кодовые слова для некоторых букв известны: И — 0100, Н — 001, Ф — 101, О — 000, Р — 0110, М — 1000, А — 11, Т — 0111, К — 1001. Укажите возможный код минимальной длины для буквы Ю. Если таких кодов несколько, укажите тот из них, который имеет минимальное числовое значение.

Решение. Заметим, что кодовые слова 0 и 1 выбрать нельзя. Также нельзя использовать коды И — 0100, Н — 001, Ф — 101, О — 000, Р — 0110, М — 1000, А — 11, Т — 0111, К — 1001. Остаётся свободным код 0101. Использовать код 0101 для буквы Ю нельзя, поскольку не останется кодовым слов, не нарушающих условие Фано, для других букв алфавита. Следовательно, букву Ю можно закодировать кодовыми словами 01010 и 01011. Минимальное числовое значение имеет код 01010.

Ответ: 01010.

Ответ: 01010

3. Тип 7 № 56535

Интернет-сервис предоставляет возможность скачать музыкальную запись в двух вариантах: A (высокое качество) и B (среднее качество). Оба варианта записаны в формате стерео. Вариант A оцифрован с частотой дискретизации 66 кГц и разрешением 32 бит, вариант B — с частотой дискретизации 44 кГц и разрешением 16 бит. В варианте A использовано сжатие данных без потерь, при этом объём файла уменьшился в 2 раза. В варианте B использовано сжатие с потерями, уменьшающее размер файла в 12 раз. Известно, что размер файла варианта B составляет 11 Мбайт. Определите размер файла для варианта A . В ответе укажите только число — размер файла в Мбайт.

Решение. Заметим, что в варианте A частота дискретизации больше в 1,5 раза, разрешение больше в 2 раза, а сжатие меньше в 6 раз, тогда, получаем, что объём равен $11 \cdot 2 \cdot 1,5 \cdot 6 = 198$ Мбайт.

Ответ: 198.

Ответ: 198

4. Тип 8 № 15626 *i*

Все 6-буквенные слова, составленные из букв A, O, Y , записаны в обратном алфавитном порядке. Вот начало списка:

1. УУУУУУ
2. УУУУУО
3. УУУУУА
4. УУУУОУ

.....

На каком месте от начала списка находится слово ОУУУОО.

Решение. Заменим буквы Y, O, A на 0, 1, 2 соответственно (для них порядок очевиден — по возрастанию).

Выпишем начало списка, заменив буквы на цифры:

1. 000000
2. 000001

3. 000002
4. 000010

...

Полученная запись есть числа, записанные в троичной системе счисления в порядке возрастания. Слово ОУУУОО можно представить в виде: $100011_3 = 247$. Так как порядковый номер на единицу больше, получаем ответ: 248.

Ответ: 248.

Приведём другое решение на языке Python.

```
a = {0: "У", 1: "О", 2: "А"}
k = 0
for i in range(0, len(a)):
    for j in range(0, len(a)):
        for g in range(0, len(a)):
            for m in range(0, len(a)):
                for n in range(0, len(a)):
                    for l in range(0, len(a)):
                        k += 1
                        if a[i] == 'О' and a[j] == 'У' and a[g] == 'У' and a[m] == 'У' and
print(k)
```

Ответ: 248

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.6.1 Формализация понятия алгоритма](#)

5. Тип 11 № 64896

В информационной системе хранится информация об объектах определённой структуры. Каждый объект описывается как последовательность блоков. Для каждого блока указываются его код и тип. Код блока состоит из 7 символов, каждый из которых может быть заглавной или строчной латинской буквой.

Каждый символ кода кодируется минимально возможным количеством битов. Тип блока — это целое число от 1 до 20 000, которое кодируется минимально возможным количеством битов. Блок в целом кодируется минимально возможным целым количеством байтов.

Для хранения описания каждого объекта выделяется одинаковое для всех объектов количество байтов, при этом для хранения информации о 1600 объектах потребовалось 600 Кбайт. Какое наибольшее количество блоков может быть в записи об одном объекте?

Решение. Согласно условию, в коде блока могут быть использованы 52 символа. Известно, что с помощью N бит можно закодировать 2^N различных вариантов. Так как $2^5 < 52 < 2^6$, то для записи каждого из 7 символов необходимо 6 бит.

Всего у нас 7 символов, значит, всего код блока занимает $7 \cdot 6 = 42$ бит.

В типе блока используется 20000 чисел, известно, что с помощью N бит можно закодировать 2^N различных вариантов. Так как $2^{14} < 20000 < 2^{15}$, то для записи типа блока необходимо 15 бит.

Для кодирования блока целиком требуется $42 \text{ бит} + 15 \text{ бит} = 57 \text{ бит}$. Ближайшее число байт, покрывающее это число бит — 8.

Всего у нас 1600 объектов для хранения которых потребовалось 600 Кбайт.

Для хранения одного объекта требуется:

$$\frac{600 \text{ Кбайт} \cdot 1024}{1600} = 384 \text{ байт.}$$

Значит наибольшее количество блоков в записи об одном объекте:

$$\frac{384}{8} = 48.$$

Ответ: 48.

Ответ: 48

6. Тип 14 № 48392

Операнды арифметического выражения записаны в системах счисления с основаниями 9 и 12:

$$2y66x_9 + x0y1_{12}$$

В записи чисел переменными x и y обозначены допустимые в данных системах счисления неизвестные цифры. Определите значения x и y , при которых значение данного арифметического выражения будет наименьшим и кратно 170. Для найденных значений x и y вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 170 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

Решение. При помощи цикла *for* будем перебирать x и y в соответствии с заданными системами счисления. Затем переведем все числа в десятичную систему счисления и найдем их сумму, записав полученное значение в переменную. Проверим кратность переменной на 170 и выведем частное от деления значения арифметического выражения.

Приведем решение на языке Python.

```
result_search = []
for x in '12345678':
    for y in '012345678':
        t = int('2' + y + '66' + x, 9) + int('' + x + '0' + y + '1', 12)
        if t % 170 == 0:
            result_search.append(t)
if result_search:
    print(min(result_search) // 170)
```

Ответ: 169.

Приведем решение Константина Мякотникова на языке Python.

```
for x in '12345678':
    for y in '012345678':
        t = int('2' + y + '66' + x, 9) + int(x + '0' + y + '1', 12)
        if t%170 == 0:
            print(t//170)
```

Ответ: 169

7. Тип 15 № 33760 i

Обозначим через **ДЕЛ**(n , m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(120, A) \wedge (\text{ДЕЛ}(x, 36) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 45)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Решение. Преобразуем скобку:

$$\text{ДЕЛ}(x, 36) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 45)) \Leftrightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 36) \vee \text{ДЕЛ}(x, A) \vee \neg \text{ДЕЛ}(x, 45)$$

Рассмотрим такие x , при которых выражение $\neg \text{ДЕЛ}(x, 36) \vee \neg \text{ДЕЛ}(x, 45)$ будет ложным. Это x , которые одновременно делятся без остатка на 36 и на 45. Наименьшее общее кратное этих чисел равно 180.

Следовательно, необходимо подобрать такое число, которое будет являться наибольшим общим делителем для $x = 120$ и $x = 180$. Наибольшим таким A является число 60. Это и будет ответ.

Ответ: 60.

Приведем другое решение на языке Python.

```
for A in range(100, 0, -1):
    k = 0
    for x in range(1, 1000):
        if (120 % A == 0) and ((x % 36 == 0) <= ((x % A != 0) <= (x % 45 != 0))):
            k += 1
    if k == 999:
```

```
print(A)  
break
```

Ответ: 60

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.5.1 Высказывания, логические операции, кванторы, истинность высказывания](#)

1. Тип 2 № 48423

Логическая функция F задаётся выражением:

$$(x \rightarrow (y \equiv w)) \wedge (y \equiv (w \rightarrow z)).$$

Дан частично заполненный фрагмент, содержащий неповторяющиеся строки таблицы истинности функции F .

Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных x, y, z, w .

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	???	???	???	F
1		0	1	1
0	0		0	1
0	0	0	1	0

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала — буква, соответствующая первому столбцу; затем — буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение $x \rightarrow y$, зависящее от двух переменных x и y , и фрагмент таблицы истинности:

Переменная 1	Переменная 2	Функция
???	???	F
0	1	0

Тогда первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу соответствует переменная x . В ответе нужно написать: yx .

Решение. Составим таблицу истинности для выражения $(x \rightarrow (y \equiv w)) \wedge (y \equiv (w \rightarrow z))$ вручную или при помощи языка Python для строк, когда функция F равна 1:

```
print("x y z w")
for x in range(0, 2):
    for y in range(0, 2):
        for z in range(0, 2):
            for w in range(0, 2):
                if (x <= (y == w)) and (y == (w <= z)):
                    print(x, y, z, w)
```

Далее выпишем те наборы переменных, при которых данное выражение равно 1. В наборах переменные запишем в порядке x, y, z, w . Получим следующие наборы:

(0, 0, 0, 1),
 (0, 1, 0, 0),
 (0, 1, 1, 0),
 (0, 1, 1, 1),
 (1, 1, 1, 1).

Сопоставим эти наборы с приведенным в задании фрагментом таблицы истинности.

Рассмотрим первую и вторую строку таблицы. Во второй строке переменная 3 может быть только «1», так как не существует набора только из «0». Тогда в первой строке переменная 2 может быть только «0», так как если будет стоять «1», то должен быть набор в котором x будет равен «1». Можно сделать вывод, что переменная 2 это x , так как только он принимает все значения «0».

Составим таблицу истинности для выражения $(x \rightarrow (y \equiv w)) \wedge (y \equiv (w \rightarrow z))$ вручную или при помощи языка Python для строк, когда функция F равна 0:

```
print("x y z w")
for x in range(0, 2):
    for y in range(0, 2):
        for z in range(0, 2):
            for w in range(0, 2):
                if not((x <= (y == w)) and (y == (w <= z))):
                    print(x, y, z, w)
```

Далее выпишем те наборы переменных, при которых данное выражение равно «0» и переменная x равна «0».

В наборах переменные запишем в порядке x, y, z, w . Получим следующие наборы:

(0, 0, 0, 0),
(0, 0, 1, 0),
(0, 0, 1, 1),
(0, 1, 0, 1).

Рассмотрим третью строки таблицы истинности. Данному набору соответствует только одна строка, следовательно, переменная 4 это z . Вернемся к первой строке и первому набору. Переменной 1 соответствует y , а переменной 3 соответствует w . Следовательно, ответ: $ухwz$.

Ответ: $ухwz$.

Ответ: $yxwz$

2. Тип 4 № 16032 *i*

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г, Д, Е, решили использовать неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для буквы А использовали кодовое слово 0; для буквы Б – кодовое слово 10. Какова наименьшая возможная сумма длин кодовых слов для букв В, Г, Д, Е?

Примечание. Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений.

Решение. Для двух букв кодовые слова уже известны, осталось подобрать для оставшихся двух букв такие кодовые слова, которые будут являться кратчайшими и удовлетворять условию Фано.

Кодовые слова не могут начинаться с 0, поскольку 0 является кодовым словом для буквы А. Кодовым словом для буквы В будет являться 1100, кодовые слова 11, 110 и 111 использовать нельзя, поскольку не получится закодировать остальные буквы таким образом, чтобы возможная сумма длин кодовых слов для букв В, Г, Д и Е была наименьшей. Кодовым словом для буквы Г будет являться 1101, для буквы Д — 1110, а для буквы Е — 1111.

Таким образом, сумма кратчайших кодовых слов для букв В, Г, Д и Е будет равняться $4 + 4 + 4 + 4 = 16$.

Ответ: 16.

Ответ: 16

Раздел кодификатора ФИПИ:

[1.1 Информация и ее кодирование;](#)

[1.1.2 Процесс передачи информации, источник и приемник информации.](#)

3. Тип 7 № 48428

Музыкальный фрагмент был записан в формате стерео (двухканальная запись), оцифрован с частотой дискретизации 44 кГц и разрешением 16 бит и сохранён без использования сжатия данных. Получился файл размером 120 Мбайт. Затем тот же фрагмент был записан в формате квадро (четырёхканальная запись) с частотой дискретизации 88 кГц и тоже сохранён без сжатия, при этом получился файл размером 720 Мбайт. С каким разрешением проводилась вторая запись? В ответе укажите целое число — разрешение в битах, единицу измерения писать не нужно.

Решение. Обозначим за x разрешение второй записи, и найдем разницу между двумя записями:

$$\frac{2 \cdot 44000 \cdot 16 \cdot t}{4 \cdot 88000 \cdot x \cdot t} = \frac{120}{720}.$$

Преобразовав выражение получим: $\frac{4}{x} = \frac{1}{6}$. Вычисляем чему равен x — 24.

Ответ: 24.

Ответ: 24

4. Тип 8 № 13540 *i*

Пётр составляет таблицу кодовых слов для передачи сообщений, каждому сообщению соответствует своё кодовое слово. В качестве кодовых слов Пётр использует все пятибуквенные слова в алфавите $\{A, B, C, D, E, F\}$, удовлетворяющие такому условию: кодовое слово не может начинаться с буквы F и заканчиваться буквой A. Сколько различных кодовых слов может использовать Пётр?

Решение. Существует 5 вариантов первой и последней буквы и шесть вариантов остальных трех букв: $5 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 5 = 5400$.

Ответ: 5400.

Приведём другое решение на языке Python.

```
import itertools
alphabet = "ABCDEF"
ar = itertools.product(alphabet, repeat=5) #Размещение с повторением
count = 0
for e in ar:
    if e[0] != 'F' and e[-1] != 'A':
        count += 1
print(count)
```

Ответ: 5400

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.6.1 Формализация понятия алгоритма](#)

5. Тип 11 № 11309 *i*

При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только символы из 12-символьного набора: A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт, одно и то же для всех пользователей. Для хранения сведений о 20 пользователях потребовалось 400 байт. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе? В ответе запишите только целое число – количество байт.

Решение. Заметим, что k бит позволяют кодировать 2^k значений, поэтому для кодирования 12-символьного алфавита требуется 4 бит, поскольку ведь $2^4 = 16 > 12$). Для хранения 15 символов требуется $4 \cdot 15 = 60$ бит. Минимальное количество байт, вмещающее в себя 60 битов — 8 байт.

Для хранения сведений об одном пользователе требуется $400/20 = 20$ байт, следовательно, для хранения дополнительной информации отводится $20 - 8 = 12$ байт.

Ответ: 12.

Ответ: 12

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.1.3 Дискретное \(цифровое\) представление различной информации](#)

6. Тип 14 № 16819 *i*

Значение выражения $125^5 + 25^9 - 30^?$ записали в системе счисления с основанием 5. Сколько цифр 4 содержится в этой записи?

Решение. Последовательно будем преобразовывать данное выражение:
 $125^5 + 25^9 - 30 = 5^{15} + 5^{18} - 5 \cdot 6$.

Это вычитание $5^{15} - 5 \cdot 6$ в системе счисления с основанием 5 будет выглядеть как двенадцать четвёрок, тройка, четвёрка и один ноль. А 5^{18} как одна единица и 18 нулей.

Таким образом, всего тринадцать четвёрок.

Ответ: 13.

Приведём другое решение на языке Python.

```
x = 125**5 + 25**9 - 30
s = ''
while x != 0:
    s += str(x % 5)
    x //= 5
s = s[::-1]
print(s.count("4"))
```

Ответ: 13

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.4.1 Позиционные системы счисления](#)

7. Тип 15 № 27412 *i*

Обозначим через **ДЕЛ**(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 6) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 9))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Решение. Рассмотрим такие x , при которых скобка $(\text{ДЕЛ}(x, 6) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 9))$ будет ложной. Это x , которые делятся без остатка одновременно на 6 и на 9. Наименьшее общее кратное этих чисел равно 18.

Следовательно, для $x = 18$ выражение $\neg \text{ДЕЛ}(x, A)$ должно быть ложным, то есть число 18 должно делиться на A . Наибольшим таким A является число 18. Это и будет ответ.

Ответ: 18.

Приведём другое решение на языке Python.

```
for a in range(100, 0, -1):
    k = 0
    for x in range(1, 1000):
        if (x % a != 0) <= ((x % 6 == 0) <= (x % 9 != 0)):
            k += 1
    if k == 999:
        print(a)
        break
```

Ответ: 18

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.5.1 Высказывания, логические операции, кванторы, истинность высказывания](#)

1. Тип 2 № 29650 *i*

Логическая функция F задаётся выражением $(w \vee \neg x) \wedge (w \equiv \neg y) \wedge (w \rightarrow z)$. На рисунке приведён частично заполненный фрагмент таблицы истинности функции F , содержащий неповторяющиеся строки. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z, w .

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
1		1	1	1
		1		1
1		1		1

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала — буква, соответствующая первому столбцу; затем — буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение $x \rightarrow y$, зависящее от двух переменных x и y , и фрагмент таблицы истинности:

Переменная 1	Переменная 2	Функция
???	???	F
0	1	0

Тогда первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу соответствует переменная x . В ответе нужно написать: yx .

Решение. Составим таблицу истинности для выражения $(w \vee \neg x) \wedge (w \equiv \neg y) \wedge (w \rightarrow z)$ вручную или при помощи языка Python:

```
print("x y z w")
for x in range(0, 2):
    for y in range(0, 2):
        for z in range(0, 2):
            for w in range(0, 2):
                if (w or not(x)) and (w == (not(y))) and (w <= z):
                    print(x, y, z, w)
```

Далее выпишем те наборы переменных, при которых данное выражение равно 1. В наборах переменные запишем в порядке x, y, z, w . Получим следующие наборы:

(0, 0, 1, 1),
 (0, 1, 0, 0),
 (0, 1, 1, 0),
 (1, 0, 1, 1).

Сопоставим эти наборы с приведенным в задании фрагментом таблицы истинности.

Первая строка таблицы (как минимум три единицы) может соответствовать только набору (1, 0, 1, 1), следовательно, второй столбец таблицы соответствует переменной y , и во втором столбце первой строки стоит 0.

Рассмотрим третью строку таблицы. Эта строка может соответствовать только набору (0, 0, 1, 1). Следовательно, в ней $x = 0$ и $y = 0$ и x соответствует четвёртому столбцу.

Во второй строке таблицы единичное значение принимает одна из переменных z или w , следовательно, эта строка может соответствовать только набору (0, 1, 1, 0). Тогда третий столбец — это переменная z , а первый — переменная w .

Ответ: $wyuzx$.

Ответ: $wyuzx$

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.5.1 Высказывания, логические операции, кванторы, истинность высказывания](#)

2. Тип 4 № 63020

По каналу связи передаются сообщения, содержащие только буквы, входящие в слово ИНФОРМАТИКА. Для передачи используется неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано: никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это условие обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений. Кодовые слова для некоторых букв известны: Ф — 010, Р — 011, М — 101, Т — 1101, К — 111.

Какое **наименьшее** число двоичных знаков может содержать код слова ИНФОРМАТИКА?

Решение. Заметим, что кодовые слова 0 и 1 выбрать нельзя. Также нельзя использовать коды Ф — 010, Р — 011, М — 101, Т — 1101, К — 111. Остаётся свободным коды: 00, 100, 1100. Для буквы И возьмем код 000, для буквы А код 001, для буквы О код 100, для буквы Н код 1100.

Тогда наименьшее число двоичных знаков которое может содержать код слова ИНФОРМАТИКА равно:

$$3 + 4 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 4 + 3 + 3 + 3 = 35.$$

Заметим, что если брать код 00 для буквы И или А, то для двух букв понадобится брать кодовые слова длиной 5, и тогда все слово будет кодироваться кодом длиной 36 символов.

Ответ: 35.

Ответ: 35

3. Тип 7 № 25839 *i*

Музыкальный фрагмент был записан в формате стерео (двухканальная запись), оцифрован и сохранён в виде файла без использования сжатия данных. Размер полученного файла без учёта размера заголовка файла — 48 Мбайт. Затем тот же музыкальный фрагмент был записан повторно в формате моно и оцифрован с разрешением в 1,5 раза выше и частотой дискретизации в 3 раза меньше, чем в первый раз. Сжатие данных не производилось. Укажите размер в Мбайт файла, полученного при повторной записи. В ответе запишите только целое число, единицу измерения писать не нужно. Искомый объём не учитывает размера заголовка файла.

Решение. Найдём размер файла, получившегося при повторной записи:

$$\frac{48 \cdot 1,5}{3 \cdot 2} = 12.$$

Ответ: 12.

Ответ: 12

Раздел кодификатора ФИПИ:

[3.3.1 Форматы графических и звуковых объектов;](#)

[3.3.3 Ввод и обработка звуковых объектов.](#)

4. Тип 8 № 8098 *i*

Вася составляет 5-буквенные слова, в которых есть только буквы С, Л, О, Н, причём буква С используется в каждом слове ровно 1 раз. Каждая из других допустимых букв может встречаться в слове любое количество раз или не встречаться совсем. Словом считается любая допустимая последовательность букв, не обязательно осмысленная. Сколько существует таких слов, которые может написать Вася?

Решение. Пусть С стоит в слове на первом месте. Тогда на каждое из оставшихся 4 мест можно поставить независимо одну из 3 букв. То есть всего $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$ вариант.

Таким образом, С можно по очереди поставить на все 5 мест, в каждом случае получая 81 вариант. Итого получается $81 \cdot 5 = 405$ слов.

Ответ: 405.

Приведём другое решение на языке Python.

```
import itertools
alphabet = "СЛОН"
ar = itertools.product(alphabet, repeat=5) #Размещение с повторением
ar1 = []
for i in ar:
    ar1.append(list(i))
count = 0
for e in ar1:
    if e.count('C') == 1:
```

```
count += 1
print(count)
```

Ответ: 405

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.6.1 Формализация понятия алгоритма](#)

5. Тип 11 № 33183 *i*

При регистрации на сервере каждый пользователь получает уникальный персональный код, состоящий из двух частей. Первая часть кода содержит 12 символов, каждый из которых может быть одной из 26 заглавных латинских букв. Вторая часть кода содержит 5 символов, каждый из которых может быть одной из 9 цифр (цифра 0 не используется). При этом в базе данных сервера формируется запись, содержащая этот код и дополнительную информацию о пользователе. Для представления кода используют посимвольное кодирование, все символы в пределах одной части кода кодируют одинаковым минимально возможным для этой части количеством битов, а для кода в целом выделяется минимально возможное целое количество байтов. Для хранения данных о 30 пользователях потребовалось 2100 байт.

Сколько байтов выделено для хранения дополнительной информации об одном пользователе? В ответе запишите только целое число — количество байтов.

Решение. k бит позволяют кодировать 2^k символов, поэтому для кодирования 26-символьного алфавита требуется 5 бит (ведь $2^5 = 32$). Для хранения 12 символов требуется $12 \cdot 5 = 60$ бит. Далее, k бит позволяют кодировать 2^k символов, поэтому для кодирования 9-символьного алфавита требуется 4 бит (ведь $2^4 = 16$). Для хранения 5 символов требуется $5 \cdot 4 = 20$ бит. Минимальное количество байт, вмещающее в себя $20 + 60$ бит = 10 байт (80 бит).

Если на 30 пользователей понадобилось 2100 байт, то на одного нужно 70 байт. Из них 10 отводится на персональный код. Значит, остальные 60 для хранения дополнительных сведений.

Ответ: 60.

Ответ: 60

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.1.3 Дискретное \(цифровое\) представление различной информации](#)

6. Тип 14 № 48378

Операнды арифметического выражения записаны в системе счисления с основанием 19:

$$321x4_{19} + 498x9_{19}$$

В записи чисел переменной x обозначена неизвестная цифра из алфавита девятнадцатеричной системы счисления. Определите наименьшее значение x , при котором значение данного арифметического выражения кратно 23. Для найденного значения x вычислите частное от деления значения арифметического выражения на 23 и укажите его в ответе в десятичной системе счисления. Основание системы счисления в ответе указывать не нужно.

Решение. При помощи цикла *for* будем перебирать x в соответствии в заданной системой счисления. Затем переведем все числа в десятичную систему счисления и найдём их сумму, записав полученное значение в переменную. Проверим кратность переменной на 23 и выведем частное от деления значения арифметического выражения.

Приведём решение на языке Python.

```
for x in '0123456789ABCDEFGHI':
    t = int('321' + x + '4', 19) + int('498' + x + '9', 19)
    if t % 23 == 0:
        print(t // 23)
        exit
```

Ответ: 43100.

Ответ: 43100

7. Тип 15 № 47219 *i*

Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого **наименьшего** натурального числа A формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, 2) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 3)) \vee (x + A \geq 100)$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной x ?

Решение. Преобразуем скобку:

$$(\text{ДЕЛ}(x, 2) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 3)) \vee (x + A \geq 100) \Leftrightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 2) \vee \neg \text{ДЕЛ}(x, 3) \vee (x + A \geq 100)$$

Рассмотрим такие x , при которых выражение $\neg \text{ДЕЛ}(x, 2) \vee \neg \text{ДЕЛ}(x, 3)$ будет ложным. Это x , которые одновременно делятся без остатка 2 и 3. Наименьшее общее кратное этих чисел равно 6. Теперь рассмотрим неравенство $(x + A \geq 100)$. Поскольку число A должно быть таким, чтобы формула всегда была тождественно истинна, наименьшее такое число A — 94.

Ответ: 94.

Приведём другое решение на языке Python.

```
for A in range(1, 101):
    k = 0
    for x in range(1, 1000):
        if ((x % 2 == 0) <= (x % 3 != 0)) or (x + A >= 100):
            k += 1
    if k == 999:
        print(A)
        break
```

Ответ: 94

1. Тип 2 № 14688 *i*

Логическая функция F задаётся выражением $(x \vee y) \rightarrow (z \equiv x)$.

Дан частично заполненный фрагмент, содержащий **неповторяющиеся** строки таблицы истинности функции F .

Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных x, y, z .

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Функция
???	???	???	F
	0	0	0
	0		0

В ответе напишите буквы x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала – буква, соответствующая первому столбцу; затем – буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение $x \rightarrow y$, зависящее от двух переменных x и y , и фрагмент таблицы истинности:

Переменная 1	Переменная 2	Функция
???	???	F
0	1	0

Тогда первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу соответствует переменная x . В ответе нужно написать: yx .

Решение. Данная импликация принимает значение 0 тогда и только тогда, когда $\begin{cases} x + y = 1, \\ x \neq z. \end{cases}$ (*)

Пусть $x = 0$, тогда $y = z = 1$. В первой строке нет двух единиц, значит, $x = 1$, и эта переменная находится в первом столбце. Тогда первая строка имеет вид 1 0 0.

Вторая строка должна отличаться от первой, поэтому она имеет вид 1 0 1. Рассмотрим два варианта:

x	y	z
1	0	0
1	0	1

x	z	y
1	0	0
1	0	1

Первый вариант не удовлетворяет системе (*), а второй удовлетворяет.

Ответ: xzy .

Приведем другое решение.

Составим таблицу истинности для выражения $(x \vee y) \rightarrow (z \equiv x)$ вручную или при помощи языка Python:

```
print("x y z")
for x in range(0, 2):
    for y in range(0, 2):
        for z in range(0, 2):
            if not((x or y) <= (z == x)):
                print(x, y, z)
```

Далее выпишем те наборы переменных, при которых данное выражение равно 0. В наборах переменные запишем в порядке x, y, z . Получим следующие наборы:

Получим следующие наборы:

(0, 1, 1)
(1, 0, 0),
(1, 1, 0).

Сопоставим эти наборы с приведенным в задании фрагментом таблицы истинности.

Первая строка таблицы может соответствовать только набору (1, 0, 0), следовательно, первый столбец таблицы соответствует переменной x , и в первом столбце первой строки стоит 1.

Второй столбец таблицы может соответствовать только переменной z , поскольку переменная y принимает нулевое значение только в одном наборе. Тогда третий столбец соответствует переменной y .

Ответ: xzy

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.5.1 Высказывания, логические операции, кванторы, истинность высказывания](#)

2. Тип 4 № 7658 *i*

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв К, Л, М, Н, решили использовать неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для буквы Н использовали кодовое слово 0, для буквы К — кодовое слово 10. Какова наименьшая возможная суммарная длина всех четырёх кодовых слов?

Примечание.

Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений.

Решение. Найдём наиболее короткие представления для всех букв. Кодовые слова 01 и 00 использовать нельзя, поскольку тогда нарушается условие Фано. Используем, например, для буквы Л кодовое слово 11. Тогда для четвёртой буквы нельзя подобрать кодовое слово, не нарушая условие Фано. Следовательно, для оставшихся двух букв нужно использовать трёхзначные кодовые слова. Закодируем буквы Л и М кодовыми словами 110 и 111. Тогда суммарная длина всех четырёх кодовых слов равна $1 + 2 + 3 + 3 = 9$.

Ответ: 9.

Ответ: 9

Раздел кодификатора ФИПИ:

[1.1 Информация и её кодирование;](#)

[1.1.2 Процесс передачи информации, источник и приемник информации.](#)

3. Тип 7 № 47211 *i*

Музыкальный фрагмент был записан в формате моно, оцифрован и сохранён в виде файла без использования сжатия данных. Размер полученного файла — 28 Мбайт. Затем тот же музыкальный фрагмент был записан повторно в формате стерео (двухканальная запись) и оцифрован с разрешением в 3,5 раза выше и частотой дискретизации в 2 раза меньше, чем в первый раз. Сжатие данных не производилось. Укажите размер полученного при повторной записи файла в Мбайт. В ответе запишите только целое число, единицу измерения писать не нужно.

Решение. Найдём размер файла, получившегося при повторной записи:

$$\frac{28 \cdot 2 \cdot 3,5}{2} = 98.$$

Ответ: 98.

Ответ: 98

4. Тип 8 № 47212 *i*

Определите количество пятизначных чисел, записанных в восьмеричной системе счисления, в записи которых только одна цифра 6, при этом никакая нечётная цифра не стоит рядом с цифрой 6.

Решение. В восьмеричной системе счисления всего восемь цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Пусть цифра 6 стоит на первом месте, на втором месте может стоять любая из трёх оставшихся чётных цифр. На остальных позициях может стоять любая из семи оставшихся цифр. Всего чисел получится $1 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 1029$.

Пусть цифра 6 стоит на втором месте. Тогда на первом месте могут стоять другие два чётных числа (0 стоять не может, поскольку число не может начинаться с нуля). На третьем месте может стоять любая из трёх оставшихся чётных цифр. На остальных позициях могут стоять любые из 7 цифр. Всего чисел получится $2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 = 294$.

Пусть цифра 6 стоит на третьем месте. Тогда на втором и четвертом месте может стоять любая из оставшихся чётных цифр, на первом месте может стоять любая из 6 цифр (0 стоять не может, поскольку число не может начинаться с нуля), а на оставшихся позициях может стоять любая из 7 цифр. Всего чисел получится $6 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 7 = 378$. Столько же чисел получится, если поставить цифру 6 на четвёртое место.

Пусть цифра 6 стоит на последнем месте, на четвёртом месте может стоять любая из трёх оставшихся чётных цифр. На остальных позициях, кроме первой, может стоять любая из семи оставшихся

цифр. На первом месте может стоять любая из 6 цифр (0 стоять не может, поскольку число не может начинаться с нуля). Всего чисел получится $6 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 1 = 882$.

Таким образом, можно составить всего $1029 + 378 \cdot 2 + 294 + 882 = 2961$.

Ответ: 2961.

Приведём решение Тимура Амирова на языке Python.

```
count=0
slovo='01234567'
for x1 in slovo:
    for x2 in slovo:
        for x3 in slovo:
            for x4 in slovo:
                for x5 in slovo:
                    f=x1+x2+x3+x4+x5
                    if f.count('6')==1:
                        s='1357'
                        if (s.count(x1) and x2=='6')==0 and (s.count(x2) and x3=='6')==0 and
                            (x4=='6' and s.count(x5) )==0 and (x3=='6' and s.count(x4)
                                if x1!='0':
                                    count+=1

print(count)
```

Приведём решение Едигарева Фёдора на языке Python.

```
count = 0
for i in range(1, 34000):
    a = str(oct(i))[2:]
    if (len(a) == 5) and (a.count('6') == 1):
        if a.index('6') in {0, len(a)-1} and int(a[abs(a.index('6') - 1)]) % 2 == 0:
            count += 1
        elif int(a[a.index('6')- 1]) % 2 == 0 and int(a[a.index('6') + 1]) % 2 == 0:
            count += 1
print(count)
```

Приведём решение Ильи Андрианова на языке Python.

```
from itertools import product
count = 0
for num in product('01234567', repeat=5):
    s = ''.join(num)
    if s[0] != '0':
        if s.count('6') == 1:
            if all(pair not in s for pair in '16 61 36 63 56 65 76 67'.split()):
                count += 1
print(count)
```

Ответ: 2961

5. Тип 11 № [17331](#) *i*

Каждый сотрудник предприятия получает электронный пропуск, на котором записаны личный код сотрудника, код подразделения и некоторая дополнительная информация. Личный код состоит из 18 букв. Для формирования кодов используется 15 различных букв, каждая из которых может быть заглавной или строчной. Для записи кода на пропуске отведено минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование, все символы кодируют одинаковым минимально возможным количеством бит. Код подразделения — целое трёхзначное число, он записан на пропуске как двоичное число и занимает минимально возможное целое число байт. Всего на пропуске хранится 30 байт данных. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном сотруднике? В ответе запишите только целое число — количество байт.

Решение. k бит позволяют кодировать 2^k символов, поэтому для кодирования 30-символьного алфавита требуется 5 бит (ведь $2^5 = 32 \geq 30$). Для хранения 18 символов требуется $18 \cdot 5 = 90$ бит. Минимальное количество байт, вмещающее в себя 90 бит — 12 байт (96 бит).

Код подразделения можно закодировать 2 байтами, поскольку в 1 байт помещаются только числа от 0 до 255, а в 2 байта — числа от 0 до $2^{16} - 1$, то есть для записи любого трехзначного числа доста-

точно двух байтов.

Для хранения данных об одном сотруднике требуется 30 байт данных. Из них 12 байт отводится на хранение личного кода, ещё 2 байта требуется для хранения номера подразделения. Следовательно, для хранения дополнительных сведений о сотруднике отводится 16 байт.

Ответ: 16.

Ответ: 16

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.1.3 Дискретное \(цифровое\) представление различной информации](#)

6. Тип 14 № 15111 i

Значение выражения $25^5 + 5^{14} - 5$ записали в системе счисления с основанием 5. Сколько цифр 4 содержится в этой записи?

Решение. Последовательно будем преобразовывать данное выражение:
 $25^5 + 5^{14} - 5 = 5^{10} + 5^{14} - 5^1$.

Разность $5^{10} - 5^1$ в системе счисления с основанием 5 будет выглядеть как девять четвёрок и один ноль. А 5^{14} как одна единица и 14 нулей.

Таким образом, всего будет 9 четвёрок.

Ответ: 9.

Приведём другое решение на языке Python.

```
x = 25**5 + 5**14 - 5
s = ''
while x != 0:
    s += str(x % 5)
    x //= 5
print(s.count("4"))
```

Ответ: 9

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.4.1 Позиционные системы счисления](#)

7. Тип 15 № 9320 i

Обозначим через **ДЕЛ**(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 21) + \text{ДЕЛ}(x, 35))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

(М. В. Кузнецова)

Решение. Приведём решение К. Ю. Полякова.

Введём обозначения:

$$A = \text{ДЕЛ}(x, A), D_{21} = \text{ДЕЛ}(x, 21), D_{35} = \text{ДЕЛ}(x, 35) \text{ и } D_N = \text{ДЕЛ}(x, N)$$

Введём множества:

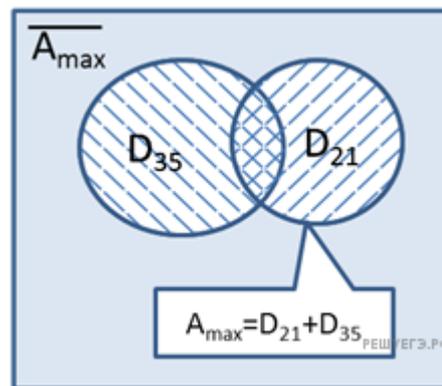
A — множество натуральных чисел, для которых выполняется условие A , D_{21} — множество натуральных чисел, для которых выполняется условие D_{21} , D_{35} — множество натуральных чисел, для которых выполняется условие D_{35} и т. д.

Запишем формулу из условия в наших обозначениях $A \rightarrow (D_{21} + D_{35}) = 1$.

Раскроем импликацию по правилу $A \rightarrow B = \bar{A} + B$:

$$A \rightarrow (D_{21} + D_{35}) = \bar{A} + D_{21} + D_{35}.$$

Чтобы формула была тождественно истинной необходимо, чтобы $\bar{A} = 1$ (т. е. $A = 0$), когда $D_{21} + D_{35} = 0$. Тогда наибольшее множество A определяется как $A_{\max} = D_{21} + D_{35}$. Множество A_{\max} , точно соответствующее выражению с помощью функции **ДЕЛ** получить невозможно. Выполним анализ исходной формулы с помощью кругов Эйлера. Чтобы в множество \bar{A} входили все числа, не попавшие в объединение $D_{21} + D_{35}$, достаточно, чтобы множество A находилось внутри этого объединения, напри-



мер, совпадая с одним из множеств D_{35} или D_{21} , или располагаясь внутри любого из них, что возможно, если использовать делители, кратные 21 или 35. В задании требуется найти наименьшее значение, этому условию соответствует 21.

Ответ: 21

Приведём другое решение на языке Python.

```
for a in range(1, 100):
    k = 0
    for x in range(1, 1000):
        if (x % a == 0) <= ((x % 21 == 0) + (x % 35 == 0)):
            k += 1
    if k == 999:
        print(a)
        break
```

Ответ: 21

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.5.1 Высказывания, логические операции, кванторы, истинность высказывания](#)

1. Тип 2 № 55619

Две логические функции заданы выражениями:

$$F_1 = (x \vee \neg y) \equiv (z \rightarrow w)$$

$$F_2 = (\neg x \equiv y) \wedge (z \rightarrow w)$$

Дан частично заполненный фрагмент, содержащий неповторяющиеся строки таблицы истинности обеих функций.

Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

???	???	???	???	F_1	F_2
	0	0	0	0	
0	0		0	0	1
	1	1	0		0

В ответе напишите буквы x, y, z, w в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала — буква, соответствующая первому столбцу; затем — буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение $x \rightarrow y$, зависящее от двух переменных x и y , и фрагмент таблицы истинности:

Переменная 1	Переменная 2	Функция
???	???	F
0	1	0

Тогда первому столбцу соответствует переменная y , а второму столбцу соответствует переменная x . В ответе нужно написать: yx .

Решение. Составим таблицу истинности для исходных выражений при помощи языка Python:

```
def f_1(x, y, z, w):
    if ((x or not(y)) == (z <= w)) == 1:
        return 1
    else:
        return 0
def f_2(x, y, z, w):
    if ((not(x) == y) and (z <= w)) == 1:
        return 1
    else:
        return 0
print('x y z w f1 f2')
for x in range(2):
    for y in range(2):
        for z in range(2):
            for w in range(2):
                print(x, y, z, w, ' ', f_1(x, y, z, w), ' ', f_2(x, y, z, w))
```

Мы получили 16 наборов. Рассмотрим вторую строку таблицы, в ней значение первой функции равно 0, а значение второй — 1, при этом три переменные принимают значение «0». Это возможно только в одном случае (0, 1, 0, 0), то есть y соответствует третий столбец.

Теперь найдем случай, при котором первая функция принимает значение «0», y принимает значение «0», и ещё две переменные принимают значение «0». Это возможно только в одном случае (0, 0, 1, 0), то есть z соответствует первый столбец.

Теперь найдем случай, при котором вторая функция принимает значение «0», z принимает любое значение, y принимает значение «1», одна переменная принимает значение «1», и ещё одна принимает значение «0». Это возможно только в случаях (1, 1, 1, 0) и (1, 1, 0, 0), в обоих случаях одна переменная равна «0», вторая «1», то есть x соответствует второй столбец, и w соответствует четвертый столбец.

Таким образом, z соответствует первый столбец, x — второй, y — третий, w — четвертый.

Ответ: $zxyw$.

Приведем решение Ильи Крылова на языке Python:

```
print("x y z w")
for x in range(0,2):
    for y in range(0,2):
        for z in range(0,2):
            for w in range(0,2):
                result1 = bool((x or not(y))==z <= w)
                result2 = bool((not(x)==y)and(z<=w))
                if (result1 == True) and (result2 == True):
                    continue
                print(x,y,z,w, ' ',int(result1),int(result2))
```

Ответ: zxуw

2. Тип 4 № 37139 *i*

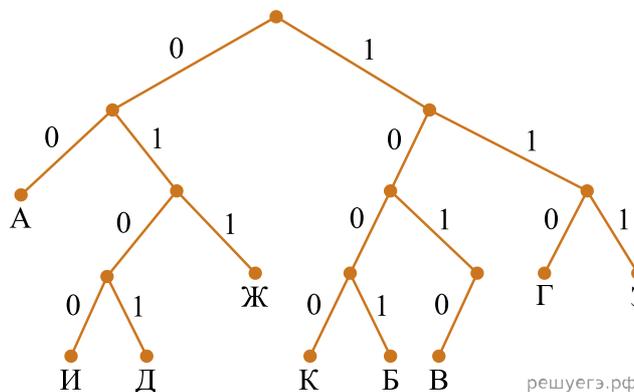
Для кодирования некоторой последовательности используют следующую кодировочную таблицу:

Буква	Кодовое слово	Буква	Кодовое слово
А	00	Е	
Б	1001	Ж	011
В	1010	З	111
Г	110	И	0100
Д	0101	К	1000

Укажите код минимальной длины для буквы Е, такой что будет соблюдаться условие Фано. Если таких кодов несколько, укажите код с минимальным числовым значением.

Примечание. Условие Фано означает, что ни одно кодовое слово не является началом другого кодового слова.

Решение. Построим бинарное дерево:



Из рисунка видно, что мы можем использовать только одно кодовое слово — 1011.

Ответ: 1011.

Ответ: 1011

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.1.2 Процесс передачи информации, источник и приемник информации](#)

3. Тип 7 № 55624

Книгу объёмом 1 Мбайт записали как аудиокнигу. Запись велась в формате стерео (2 канала) с частотой 48 кГц и разрешением 24 бит. За одну минуту записывалось в среднем 1,5 Кбайт текста. Сжатие данных позволило сократить размер полученного звукового файла на 84%. Для удобства использования запись разделили на фрагменты со средним размером 15 Мбайт. Определите количество полученных фрагментов.

Решение. За 60 секунд записывается 1,5 Кбайт текста, тогда 1 Мбайт текста записывается за $(1024 : 1,5) \cdot 60 = 40\,960$ секунд. Найдем объем получившегося файла без сжатия:

$$2 \cdot 48\,000 \cdot 24 \cdot 40\,960 = 94\,371\,840\,000 \text{ бит} = 11\,250 \text{ Мбайт.}$$

После сжатия файл стал весить $11\,250 \cdot 0,16 = 1\,800$ Мбайт. Всего фрагментов: $1\,800 : 15 = 120$.

Ответ: 120.

Ответ: 120

4. Тип 8 № 18491 *i*

Ольга составляет 5-буквенные коды из букв О, Л, Ъ, Г, А. Каждую букву нужно использовать ровно 1 раз, при этом Ъ нельзя ставить первым и нельзя ставить после гласной. Сколько различных кодов может составить Ольга?

Решение. Пусть буква Г обозначает гласную, а буква С — согласную. Тогда в слове на любой позиции могут быть использованы гласные Г, согласные С и конструкция Сь, обозначающая какую-либо согласную с мягким знаком. Тогда, например, при использовании в качестве согласной буквы в конструкции Сь, буквы Л можно будет получить $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ варианта слов. Для оставшейся согласной буквы также получаем 24 варианта. Таким образом, всего можно составить $2 \cdot 24 = 48$ различных кодов.

Ответ: 48.

Приведём другое решение.

Сначала найдём общее количество возможных слов, учитывая только то ограничение, что Ъ нельзя ставить первым. На первое место можно поставить любую букву, кроме Ъ, поэтому общее количество возможных слов равняется $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 96$. Пусть буква Г обозначает гласную, а буква С — согласную. Тогда нельзя составить слова вида: ГьГСС, ГьСГС, ГьССГ, ГьСС, ГСГьС, ГССГь, СГГьС, ССГГь, СГьСГ, ССГьГ, СГьГС. Подсчитаем количество слов первого вида $2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 = 4$. Слов других видов столько же. Всего слов, которые нельзя составить $12 \cdot 4 = 48$. Значит, всего возможных слов $96 - 48 = 48$.

Приведём другое решение на языке Python.

```
import itertools
alphabet = "ОЛЬГА"
vol = "ОА"
ar = itertools.permutations(alphabet) #Перестановка
ar1 = []
for e in ar:
    ar1.append(list(e))
count = 0
for e in ar1:
    flag = True
    for i in range(len(e)):
        if (e[0] == "Ь") or (e[i] == "Ь" and e[i-1] in vol):
            flag = False
    if flag:
        count += 1
print(count)
```

Приведём другое решение на языке Python.

```
a1=['o','l','r','a']
a=['o','l','r','a','b']
k=0
for b1 in a1:
    for b2 in a:
        for b3 in a:
            for b4 in a:
                for b5 in a:
                    s=b1+b2+b3+b4+b5
                    if s.count('o')==1 and s.count('l')==1 and s.count('b')==1 and s.count('r')==1 and s.count('a')==1 and not('ob') in s and not('ab') in s:
                        k+=1
print(k)
```

Приведём решение Ильи Андрианова на языке Python.

```
from itertools import permutations
count = 0
```

```

for s in permutations('ОЛЬГА', 5):
    slovo = ''.join(s)
    if slovo[0] != 'b':
        if 'Ab' not in slovo and 'Ob' not in slovo:
            count += 1
print(count)

```

Ответ: 48

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.6.1 Формализация понятия алгоритма](#)

5. Тип 11 № 29659 *i*

При регистрации на сервере каждый пользователь получает уникальный персональный код, состоящий из 17 символов, каждый из которых может быть одной из 26 заглавных латинских букв или одной из 10 цифр. При этом в базе данных сервера формируется запись, содержащая этот код и дополнительную информацию о пользователе. Для представления кода используют посимвольное кодирование, все символы кодируют одинаковым минимально возможным количеством битов, а для кода в целом выделяется минимально возможное целое количество байтов. Для хранения данных о 30 пользователях потребовалось 2400 байт.

Сколько байтов выделено для хранения дополнительной информации об одном пользователе? В ответе запишите только целое число — количество байтов.

Решение. k бит позволяют кодировать 2^k символов, поэтому для кодирования 36-символьного алфавита требуется 6 бит (ведь $2^6 = 64$). Для хранения 17 символов требуется $17 \cdot 6 = 102$ бит. Минимальное количество байт, вмещающее в себя 102 бит = 13 байт (104 бит).

Если на 30 пользователей понадобилось 2400 байт, то на одного нужно 80 байт. Из них 13 отводится на пароль. Значит, остальные 67 для хранения дополнительных сведений.

Ответ: 67.

Ответ: 67

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.1.3 Дискретное \(цифровое\) представление различной информации](#)

6. Тип 14 № 48381

Числа M и N записаны в системе счисления с основанием 14 соответственно.

$$M = 8x12x_{14}, N = 8x542_{14}$$

В записи чисел переменной x обозначена неизвестная цифра из алфавита четырнадцатеричной системы счисления. Определите наименьшее значение натурального числа A , при котором существует такой x , что $M + A$ кратно N .

Решение. При помощи цикла *for* будем перебирать числа A и x (в соответствии в заданной системе счисления). Затем переведём числа M и N в десятичную систему счисления. Проверим кратность суммы M и A на N и выведем наименьшее A на экран.

Приведём решение на языке Python.

```

for A in range(1, 1000):
    for x in '0123456789ABCD':
        M = int('8' + x + '12' + x, 14)
        N = int('8' + x + '542', 14)
        if (M + A) % N == 0:
            print(A)
            exit

```

Ответ: 801.

Ответ: 801

7. Тип 15 № 8106 *i*

Обозначим через **ДЕЛ**(n , m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ».

Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\neg \text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 6) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, 4))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

Решение. Введём обозначения $A = \text{ДЕЛ}(x, A)$, $P = \text{ДЕЛ}(x, 6)$ и $Q = \text{ДЕЛ}(x, 4)$

Введём множества:

A — множество натуральных чисел, для которых выполняется условие A

P — множество натуральных чисел, для которых выполняется условие P

Q — множество натуральных чисел, для которых выполняется условие Q

истинным для всех X должно быть выражение $\bar{A} \rightarrow (P \rightarrow \bar{Q})$

Упростим это выражение, раскрыв импликацию по правилу $A \rightarrow B = \bar{A} + B$:

$$\bar{A} \rightarrow (P \rightarrow \bar{Q}) = A + (P \rightarrow \bar{Q}) = A + \bar{P} + \bar{Q}$$

из этой формулы видно, что множество A должно перекрыть множество, которое не перекрыто множеством $\bar{P} + \bar{Q}$, то есть перекрыть множество $\overline{\bar{P} + \bar{Q}} = P \cdot Q$. Множество $P \cdot Q$ — это множество всех чисел, которые делятся одновременно на 4 и 6 (все числа, кратные 4 и 6), то есть, 12, 24, 36 и т. д. (заметим, что 12 — это наименьшее общее кратное чисел 4 и 6). Для того, чтобы перекрыть эти числа, можно выбрать в качестве A любой делитель числа 12, то есть, 1, 2, 3, 4, 6 или 12; наибольшее из этих чисел — 12.

Ответ: 12.

Приведём другое решение на языке Python.

```
for a in range(100, 0, -1):
    k = 0
    for x in range(1, 1000):
        if (x % a != 0) <= ((x % 6 == 0) <= (x % 4 != 0)):
            k += 1
    if k == 999:
        print(a)
        break
```

Ответ: 12

Раздел кодификатора ФИПИ: [1.5.1 Высказывания, логические операции, кванторы, истинность высказывания](#)